

水錘現象在突縮擴管中之動態分析

The Numerical Model to Simulate the Waterhammer
Phenomena in A Rigid Varied-Section Pipeline

林 旭 廷 *

摘 要

本研究主要目的旨在建議一數值分析模式，以期能較精確且有效率地分析管路中流體因閘門的瞬時關閉產生水錘現象，而使管內壓力發生急劇改變之動態作用。為能較適切分析管內流場之動態作用，及斷面急劇改變下壓力波之傳遞情形，本模式採用軸對稱曲線座標系統，並使用速度交錯分佈及不等間距格網，在每一時間變化段內同時解流動之連續方程式、動量方程式及壓力波傳遞方程式。數值方法採用較嚴謹之分析方法——有限解析法(Finite Analytic Method)[1]，求解動量方程式，並以改良之 SIMPLER 法利用連續方程式解得壓力場，而密度場及壓力波波速則由疊代方式求得。計算後各變數之值均具有時間精度之值。利用實驗方法在直管中量測壓力波之運動狀態，以閘門之非線性關閉，探討水錘現象在直管中之定性分析，與數值模式模擬閘門瞬時關閉，討論其差異點及適用範圍，以作為應用之參考及後續研究之建議。

一、前 言

在管路系統中常因閘門之急劇關閉，而產生水錘現象，破壞管壁及相關附屬設備，造成重大災害。例如給水管線，水庫輸水管路及核能電廠的廢水輸水管路等，一旦破裂將造成重大的損失。為減低水錘現象之影響，一般有許多減壓之設施，如平壓塔，管路彎曲，分歧或斷面變化等設計，用以減低壓力波之振幅，而達到安全防護之目的。由於管路中斷面變化難以避免，水錘現象經過急劇斷面變化段，必引起透、反射現象，而導致附近流場複雜的變化。本文所欲探討者，即為水錘現象一旦發生，如何利用突擴及突縮斷面變化來削減壓力波對管壁之影響作一動態影響分析。

在水錘現象動態研究中，應用一維分析模式並不能完全適用於實際工程之需求，而仍受制於管線斷面形狀的改變。在本研究中將導入軸對稱模式的觀念，利用流場物理特性建立控制方程式，分析壓力波在直管內之動態作用，並利用在突縮突擴管內壓力波運動過程中引起之透、反射現象，說明發展軸對稱模式之必要性。

本研究之主要方法為理論及實驗同時進行。在理論方面應用軸對稱流假設，將可壓縮、黏滯性流體之流動，直接以動量及連續方程式求解。其中，壓力與密度變化關係，係由壓力波前進波速瞬時動態決定；由質量守恆定律，可得壓力波傳遞方程式；而動量守恆方程式則為 Navier-Stokes 方程式。又因流動過程，黏滯性將影響瞬時波速之大小，並使流場滿足管壁無滑溜之條件，故水錘現象將呈逐漸衰減狀態。由於壓力波在管內反覆傳遞而

* 國立成功大學水利及海洋工程研究所碩士

衰減，且其波速遠大於流場速度，故在甚小時間內，瞬時動態反應之解析甚為重要；而其基本方程式型態較接近非線性雙曲線偏微分方程式。紊流現象所引起之動量傳遞對管流流場相對為不重要，故於本研究中僅以層流考慮黏滯性作用。流場複雜的變化及幾何邊界之不規則，使其現象具非線性，或信其閉合解將不存在，故本研究將直接由數值方法求解基本方程式，其變數為速度場、壓力、及密度變化。

數值方法主要將基本方程式以有限解析法加以離散化成為代數式，並使用速度交錯分佈及不等距之格網，以改良之 SIMPLER 方式處理各變數聯立之問題。最後，並使用疊代方式以求解聯立之代數式，而計算其時間精度之值。

實驗部份在成功大學水利及海洋工程學系流力實驗室中進行，利用電子儀器量測動態壓力，並經數位化處理，得到實驗數據，用以解析壓力波現象，本文將以數值解及實驗結果作一分析，並討論其差異。

二、基本方程式

在軸對稱分析模式中，管內流體因水錘作用為一不穩定、可壓縮、黏滯性流體。因在圓形管線內之流場，並考慮軸對稱之特性，所以流場所在之座標系統使用圓柱座標系統。

由於壓力波在管內反覆傳遞而衰減，且其波速遠大於流場速度，故在甚小時間內，瞬時動態反應之解析解甚為重要，而紊流現象所引起之動量傳遞對管流流場相對不重要，故在本模式中僅以層流考慮黏滯性作用。

考慮流場為一不穩定、可壓縮、黏滯性流場，在壓力及摩擦力之作用下，流場以可壓縮性 Navier-Stokes 方程式來描述，並由質量守恆及虎克定律 (HOOK LAW) 可得壓力波傳遞方程式，今選取特性長度為管半徑 R ，特性速度 U ，起始壓力波傳遞速度 C_0 ，及水在標準狀態下之密度 ρ_0 為特性密度。將各物理量無因次化為： $\rho^* = \rho / \rho_0$ ， $x^* = x/R$ ， $r^* = r/R$ ， $u^* = u/C_0$ ， $v^* = v/C_0$ ， $t^* = C_0 t/R$ ， $C^* = C/C_0$ ， $P^* = P / \rho_0 U C_0$ ，經省略 '*' 後則無因次化控制方程式為：

1. 連續方程式

$$M \frac{dP}{dt} + \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}$$

式中最重要之物理量為壓力之物質微分項中之暫態項 (Transient term)，及軸向體積膨脹率 $\nabla \cdot \vec{V}$ 。

2. 動量方程式

x 方向動量方程式

$$\rho \frac{du}{dt} = -M \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{R^2} \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \quad (2)$$

r 方向動量方程式

$$\rho \frac{dv}{dt} = -M \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{R^2} \left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \quad (3)$$

3. 壓力波傳遞方程式

$$C = \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/2} \quad (4)$$

$$M \frac{dP}{dt} = C^2 \frac{d\rho}{dt} \quad (5)$$

其中, M 為馬赫數 ($M = U/C_0$), $R^* = \rho_0 C_0 R / \mu$ 。

(x, r), 為圓柱座標系統, u 為在 x 方向之速度分量, v 為在 r 方向之速度分量, P 為流場內動態壓力變量, ρ 為流體密度。

在軸對稱分析模式中考慮了與實際工程之施工及評估環境相同之管線狀況, 在管內流場為一不穩定、可壓縮、黏滯性流體, 且管線之斷面為任意形狀可由軸對稱之特性, 滿足起始及邊界條件, 並利用數值方法解各變量之值。在水錘現象未發生之前, 由一水庫維持一定水頭且無任何抽水裝置於管路系統中, 而使用之管線為一剛性管線且水平放置。則在一管線內流動, 考慮一流場內之流體為穩定、不可壓縮、黏滯性流體, 且流體在流動時之動態壓力作用下, 由特性長度 R , 起始流速 U , 無因次化控制方程式為:

連續方程式:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (6)$$

x 方向動量方程式:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{R^*} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (7)$$

r 方向動量方程式:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{R^*} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (8)$$

其中 $R^* = \rho U R / \mu$, 當整個流場為穩定狀態時, 入口流速水平方向為一均勻流速 U , 垂直方向 v 為零, 下游速度剖面水平方向為一近似拋物線型分佈, 垂直方向速度為零, 且管壁滿足無滑溜條件(No Slip condition)。當水庫水頭維持一定, 而管線內流場流動為一穩定狀態時, 將閘門瞬時關閉則下游速度為零, 而管線入口處為一定水頭及一反射條件 $\partial u / \partial x = 0$, $v = 0$, 及一軸對稱條件 $\partial u / \partial r = 0$, $v = 0$, 且管壁滿足無滑溜條件 $u=0, v=0$ 。

三、數值方法

軸對稱分析模式所討論之控制方程式型態較接近非線性雙曲線偏微分方程式, 而相關之起始及邊界條件因流場複雜的變化, 必須採用數值方法以求得其速度場、壓力及密度變化。求解之前必須考慮邊界幾何形狀加以指定格網, 在圓柱座標系統中由於軸對稱之特性, 取 x 方向及 r 方向之適當間距來指定一正交格網, 配合邊界幾何條件求解控制方程式。格網生成後以二維之有限解析法(Finite Analytic Method, 以下簡稱 FA。)離散化(discretize) Navier - Stokes 方程式, 再利用離散化後之速度場代數式代入連續方程式中, 並以改良之SIMPLER法求解因速度場之改變而產生之壓力場。在可壓縮性流體中

因壓力波的傳遞而影響了密度的變化，故在壓力波傳遞方程式之求解過程中，採用由動量及連續方程式求得之壓力場利用逐漸疊代法由壓力波傳遞方程式中求得改變之密度，再由壓力及密度的改變求得對應之壓力波傳遞速度。

<一> 有限解析法(Finite Analytic Method)

將控制方程式與相關邊界條件聯立，以求得流場的數值解時，常必須先將偏微分方程式加以離散化以求得代數方程式。有限解析法首先將求解問題的範圍分解成許多具簡單形狀的小區域，再藉由小區域之規則幾何形狀，合理線性化控制方程式及起始和邊界條件，獲得局部的解析解。因有限解析法不同於其它數值方法，主要是將連續之微分方程式分解為離散化之代數式過程中，應用數學解析技巧，作較少之假設，故應可得較準確且具物理意義之表示式。典型有限解析法微分方程式型式為：

$$\Phi_{xx} + \Phi_{rr} = 2A \Phi_x + 2B \Phi_r + S. \quad (9)$$

式中，A，B，源項(Source term) S，為線性化之係數可視為常數，且因隨格網點之變化而係數亦隨之變更，但依然保持非線性之特點。則可表為在格網點位置上之解為：

$$\Phi_p = \sum_{nb} C_{nb} \Phi_{nb} - C_p S_p \quad (10)$$

其中 Φ_p 表示欲求解格點之原變數值，如 u 或 v ，下標 nb 表附近格網點之相關變數值， C_{nb} 稱為 FA 係數且符合 Patankar[8]之討論：

$$0 \leq C_{nb} \leq 1$$

$$\sum_{nb} C_{nb} = 1$$

(2)，(3) 式之非穩定項用時間向後(backward)差分式表之為；

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_p^{n+1} - u_p^n}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{v_p^{n+1} - v_p^n}{\Delta t}$$

Δt 表一微小時間量，下標 "p" 表所在格網點之位置，而上標 "n+1" 則表在此時間之值，"n"，表上一時間對應之值。(2)，(3) 式之可壓縮性摩擦項及壓力梯度項則以前項差分式處理，均置入源項(source term) S 中；

若 $\Phi = u$ ，應用(9)，(10)式，則(2)式之局部解析解為；

$$u_p = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{C_p R^*} \rho} \left[\sum_{nb} C_{nb} u_{nb} + \frac{C_p R^*}{\Delta t} \rho u^{n-1} + \frac{1}{3} \frac{G U_e - G U_p}{\Delta x} - C_p R^* M \frac{\partial P}{\partial x} \right] \quad (11)$$

若 $\Phi = v$ ，應用(9)，(10)，則(3)式之局部解析解為；

$$v_p = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{C_p R^*} \rho} \left[\sum_{nb} C_{nb} v_{nb} + \frac{C_p R^*}{\Delta t} \rho v^{n-1} + \frac{1}{3} \frac{G V_n - G V_p}{\Delta r} - C_p R^* M \frac{\partial P}{\partial r} \right] \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 GU_p &= \frac{u_e - u_p}{\Delta x} + \frac{v_n - v_p}{\Delta r} + \frac{v_p}{r} \quad | \quad u \\
 GV_p &= \frac{u_e - u_p}{\Delta x} + \frac{v_n - v_p}{\Delta r} + \frac{v_p}{r} \quad | \quad v
 \end{aligned}$$

|u, |v, 表在水平方向及垂直方向之速度分量, Δx 及 Δr 分別表示速度之水平間距及垂直間距。式中, 壓力梯度項在計算過程中須由滿足連續方程式間接求得。根據 Patankar 之討論, 在計算網格點之配置上若 u, v 及 P 放置於同一位置則產生不安定現象, 為避免此種情形他建議使用交錯方式放置 u, v, P , 並以較快收斂速度之 SIMPLER 方法將各聯立於偏微分方程式之變數加以處理, 使其在疊代過程中滿足動量方程式及連續方程式。

<二> SIMPLER 法

軸對稱分析模式中求解流場之速度及壓力採用 SIMPLER 法方式, 同時 (U, V, P, ρ 、C) 之位置則採用交錯格網(staggered grid)方式配置。應用(11)式, 則可表示為;

$$u_e = U_e - de[(P_e^{n+1} - P_p^{n+1}) + (P_e^n - P_p^n)] \quad (13)$$

$$U_e = \frac{1}{1 + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho} \left(\sum_{nb} Cnb u_{nb} + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho u^n + \frac{1}{3} Cp \frac{GU_e - GU_p}{\Delta x} \right) | e$$

$$de = \frac{CpR^* M}{1 + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho} \frac{1}{2 \Delta x_p} | e$$

符號 |e 表在 u_e 點之計算值, Δx_p 表兩點壓力之水平間距。同理速度在其餘各鄰邊如西邊、北邊及南邊, 則可分別表示為;

$$u_w = U_w - dw[(P_w^{n+1} - P_p^{n+1}) + (P_w^n - P_p^n)] \quad (14)$$

$$U_w = \frac{1}{1 + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho} \left(\sum_{nb} Cnb u_{nb} + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho u^n + \frac{1}{3} Cp \frac{GU_e - GU_p}{\Delta x} \right) | w$$

$$dw = \frac{CpR^* M}{1 + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho} \frac{1}{2 \Delta x_p} | w$$

$$v_n = V_n - dn[(P_n^{n+1} - P_p^{n+1}) + (P_n^n - P_p^n)] \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 V_n &= \frac{1}{1 + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho} \left(\sum_{nb} Cnb v_{nb} + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho v^n - Cp \frac{v}{r^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{3} Cp \frac{GV_n - GV_p}{\Delta r} \right) | n
 \end{aligned}$$

$$dn = \frac{CpR^* M}{1 + \frac{CpR^*}{\Delta t} \rho} \frac{1}{2 \Delta r_p} | n$$

$$v_s = V_s - ds[(P_p^{n+1} - P_s^{n+1}) + (P_p^n - P_s^n)] \quad (16)$$

$$V_s = \frac{1}{C_p R^*} \left(\sum_{nb} C_{nb} v_{nb} + \frac{C_p R^*}{\Delta t} \rho v^n - C_p \frac{v}{r^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{3} C_p \frac{GV_n - GV_p}{\Delta r} \right) | s \\ ds = \frac{C_p R^* M}{C_p R^*} \frac{1}{1 + \frac{\rho}{\Delta t}} \frac{1}{2\Delta r_p} | s$$

式中, Δr_p 表兩點壓力之垂直間距, 而 U_e, U_w, V_n, V_s , 又稱為次速度場(pseudo-velocity field), 若以中央差分表示連續方程式, 並將環繞壓力點之鄰近速度場代入連續方程式(2)式中, 重新整理後可得壓力之控制方程式為;

$$a_p P_p^{n+1} = a_e P_e^{n+1} + a_w P_w^{n+1} + a_n P_n^{n+1} + a_s P_s^{n+1} \\ + a_e P_e^n + a_w P_w^n + a_n P_n^n + a_s P_s^n \\ - (a_e + a_w + a_n + a_s - a_t) P_p^n - (Ds + Sc) \quad (17)$$

$$a_t = \frac{1}{\Delta t}, \quad a_e = \frac{de}{M \Delta x}, \quad a_w = \frac{dw}{M \Delta x}, \quad a_n = \frac{dn}{M \Delta r}, \quad a_s = \frac{ds}{M \Delta r}$$

$$a_p = a_t + a_e + a_w + a_n + a_s,$$

$$Ds = \frac{1}{M \Delta x} U_e - \frac{1}{M \Delta x} U_w + \frac{1}{M \Delta r} V_n - \frac{1}{M \Delta r} V_s$$

$$Sc = u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{v}{r}, \quad \text{並利用差分式離散化。}$$

Ds 為次質量源項(pseudo-mass source), 因其代表次速度場之質量函。

若以上標(*)表計算過程未收斂之值, 而以(')表其誤差值, 則以數學式表示速度場及壓力場為;

$$u = u^* + u', \quad v = v^* + v', \quad P = P^* + P'$$

則速度場可表示為;

$$u_e - u_e^* = (U_e - U_e^*) - de[(P_e^{n+1'} - P_p^{n+1'}) + (P_e^{n'} - P_p^{n'})] \\ u_w - u_w^* = (U_w - U_w^*) - dw[(P_p^{n+1'} - P_w^{n+1'}) + (P_p^{n'} - P_w^{n'})] \\ v_n - v_n^* = (V_n - V_n^*) - dn[(P_n^{n+1'} - P_p^{n+1'}) + (P_n^{n'} - P_p^{n'})] \\ v_s - v_s^* = (V_s - V_s^*) - ds[(P_p^{n+1'} - P_s^{n+1'}) + (P_p^{n'} - P_s^{n'})]$$

經省略 $U_e - U_e^*, U_w - U_w^*, V_n - V_n^*, V_s - V_s^*$ 項後, 可得

$$u_e = U_e^* - de[(P_e^{n+1'} - P_p^{n+1'}) + (P_e^{n'} - P_p^{n'})] \\ u_w = U_w^* - dw[(P_p^{n+1'} - P_w^{n+1'}) + (P_p^{n'} - P_w^{n'})] \\ v_n = V_n^* - dn[(P_n^{n+1'} - P_p^{n+1'}) + (P_n^{n'} - P_p^{n'})] \\ v_s = V_s^* - ds[(P_p^{n+1'} - P_s^{n+1'}) + (P_p^{n'} - P_s^{n'})]$$

此處之省略將增加收斂之速度, 且收斂後所省略之各項值應為零, 故不影響收斂值之誤差。由上四式所表示之速度場代入連續方程式中, 經整理後則壓力校正項 P' 需滿足:

$$a_p P_p^{n+1'} = a_e P_e^{n+1'} + a_w P_w^{n+1'} + a_n P_n^{n+1'} + a_s P_s^{n+1'} \\ + a_e P_e^{n'} + a_w P_w^{n'} + a_n P_n^{n'} + a_s P_s^{n'} \\ - (a_e + a_w + a_n + a_s - a_t) P_p^{n'} - (Ds^* + Sc) \quad (18)$$

$$Ds^* = \frac{1}{M \Delta x} U_e^* - \frac{1}{M \Delta x} U_w^* + \frac{1}{M \Delta r} V_n^* - \frac{1}{M \Delta r} V_s^*$$

而其餘係數均同上式中之說明。

由於在計算過程中，疊代所得之速度場在收斂之前，並不能滿足連續方程式，因之壓力計算時雖有往收斂流場方向校正之功能，但收斂速度緩慢，故為求有效率提高收斂速度，patankar氏採用校正壓力場求解方式將速度以校正壓力調整之，使其有較快之收斂速度。

利用求得之速度及壓力場帶入壓力波傳遞方程式中，以疊代法求得對應之密度場及壓力波波速。

四、實驗與數值模式之討論

欲了解水錘現象在直線圓管中壓力波之運動情形，採用實驗方法加以觀測。本實驗設備包含一供水水槽及一不銹鋼直線圓管，在管線末端利用一球形閘門控制其流量，並在銜接管線與球形閘門間裝置一單刀式閘門，閘門關閉時量測壓力波運動情形。給水設備則使用迴水裝置將實驗用水循環使用，形成一封閉循環系統。應用實例在一不銹鋼直管管長為 5.55 公尺，直徑 1.015 公分，給水槽保持固定水頭 84 公分，控制流量為 0.00008126 CMS ($M = 0.000186$)，使用單點壓力計量測在距管入口處 5.24 公尺處之壓力變化。

本文應用可壓縮性非穩態軸對稱流動，先分析定管徑直管內之水錘現象，並由定性實驗了解閘門操作對水錘發生過程，再應用軸對稱模式以分析突縮突擴管中水錘現象之動態應用。在探討水錘現象產生之動態分析中，本文不擬探討閘門形狀及操作，管壁變形，流體流體含氧量等因素而以馬赫數 $M = 0.000558$ 來分析壓力波在直管及斷面改變之突縮突擴管中之運動情形，而突縮擴管之配置則以管徑為 R ，長度為 $40R$ 之粗管，兩端各連接 $0.5R$ 細管徑，長 $30R$ 之細管構成。

於計算水錘現象發生之前，必須由管內穩定流動之初始狀態，而計算出初始流速以求得一符合理論及物理意義之初始計算條件。今以直管及突縮擴管之數值模擬與實驗之定性分析分別討論如下：

<一> 直管水錘現象

首先考慮壓力波在直管內之運動情形。當閘門瞬時關閉，流場流速在閘門處為零，此時由於速度不連續變化，雖微小改變密度之變化，但卻形成甚大之壓力變化，此不連續之壓力分佈，產生壓力波並向外傳遞。以無因次量表示下，即計算使用 $\Delta X = \pm \Delta t$ ，今選取 $\Delta X = 4$ ， $\Delta r = 0.2$ ， $\Delta t = 4$ ，作一動態分析。

(1) 當無因次化計算時間 (以下簡稱 τ)，由圖 1 至圖 4 可看出壓力波之運動過程。由圖 1 中在閘門處之速度為零，故由連續方程式 (1) 式可得壓力波之振幅增大，且向管入口處傳遞。當壓力波傳至入口時，由於水庫水頭保持定值，此時壓力為固定端條件，故壓力波以正向反射。圖 3 中壓力波傳遞至閘門處時，壓力則為自由端條件，所以壓力波以負向往入口處傳遞。當壓力波傳遞至入口時，再次由定水頭條件而以負向振幅反射。

(2) 壓力波在直管內傳遞過程及振幅大小，可由圖 5 至圖 8 中監視其全部過程。傳遞波幅受黏滯性衰減，但波速大體變化甚微，而閘門端及管入口處皆為非線性反射。在壓力波傳遞過程中，由單一定點之壓力波振幅歷線分佈，圖 9 及圖 10 更可看出壓力波之動態反應。隨時間及空間的變化而有不同之傳遞方向和振幅大小。圖 11 為壓力波幅值 $P = 0.1$ 時之時間歷線，可清楚地表現出壓力波於傳遞及反射之全部過程，說明壓力波之運動沿一坡度為 $x - t$ 特徵線之運動過程。

(3) 在數值試驗討論中，考慮不同網格尺度以分析壓力波運動所得計算結果之影響。圖 12 中，不同對應之網格間距 $\Delta X = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ ，計算時間均為 $\Delta t = 2$ ，但其網格數

保持固定，故管長相對變化。由此以比較計算結果之一致性。由理論可知壓力波振幅之大小與流場之流速改變量有關，而與管長無關，且其計算方向沿 $x-t$ 特徵線坡度方向。在圖12中可看出當 $P = 0.1$ 時其 $x-t$ 坡度均相同，而不隨管長之改變而改變，故在不同管長之試驗中，本模式均能滿足其理論基礎，而得一良好之試驗結果。

(4) 在流場之速度分佈中，可看出減少之體積變化率即為密度之增加（或壓力增加），且由於軸對稱之作用，在圖15中下游處有一正向速度，而使管內流速呈分離現象，是一維模式分析所不足的。故以軸對稱分析管內流體流動，可提供較詳細之斷面資料。

<二> 突擴縮管水錘現象

(1) 當閘門瞬時關閉後，在閘門處以一正波向上游傳遞，在遇突擴斷面變化段時，以一較緩和和波前之透射波在粗管傳遞，另一反射波也以一緩和之波形向閘門處傳遞。此時在界面滿足其連續性，且其壓力波振幅維持一定值。由於在斷面變化段時，壓力波振幅對密度未有重大影響，故波速受斷面變化之影響甚微。在粗管部份之透射波傳遞至細管，而反射波則從變化段反射回下游，此時在突縮擴之交界面時，亦須滿足其連續性。

(2) 由穩定之初始條件，計算出起始速度分佈，當閘門瞬時關閉後，壓力波則開始往上游傳遞。圖18為在突縮擴管內壓力波之運動過程。取 $\Delta x = \Delta t = 2$ ， $\Delta r = 0.125$ ，由圖中可知當 $\tau = 2$ 時，壓力波開始形成，而隨時間之增加往上游傳遞。當達第一斷面 $X/R = -30$ 時，此時 $\tau = 26$ ，有透射、反射波產生，隨時間增加，在粗管部份之透射波繼續前進，而反射波亦向閘門以正向傳遞。當 $\tau = 50$ 時，透射波達第二斷面 $X/R = -70$ ，又再次透射與反射，此時由第一斷面之反射波至閘門以負向向上游傳遞。當 $\tau = 80$ 時，透射波到達入口處而以正向反射，此時粗管部份有透射波與反射波交會。故可預期複雜之透、反射作用將使流場有非常複雜之交互作用。

(3) 圖19至圖22中，分別以特定時間之振幅大小作一比較分析。茲分別以 a 、 b 、 c 、 \dots ， n ，對應圖18之壓力波運動過程，更可清楚地比較壓力波之運動型態及振幅大小。由於斷面突然增大，而使壓力波之振幅在此處須維持連續狀態，但其大小比原波幅為低。當透、反射波於粗管部份反復交會時，使波之振幅互有消長，而呈振盪現象，衰減甚緩。因此斷面改變對整體壓力波運動現象有莫大影響，且於斷面改變處均有透、反射波將持續產生。

(4) 圖25至圖28為靠近變化斷面之定斷面速度分佈演化情況，由圖可得在靠近變化段之速度場有迴流產生，此亦是無法由一維分析模式而得，由此更證明了發展軸對稱模式之重要性。

<三> 實驗結果討論

為考慮手動式閘門於關閉時因所施之拉力不均，而致使得旋式止水閘門開度難以定量分析影響對系統量測值之精度，故在本實驗中以滑輪拖曳方式設定拉力為 1 公斤、1.5 公斤、2.5 公斤、3 公斤之砝碼，來關閉閘門以定量方式探討在不同拉力作用下對實驗值之影響。由圖33中可看出因施力的不同使壓力波的振幅產生差異。

在閘門的非線性關閉時，由 1 公斤至 3 公斤砝碼之改變中可看出當閘門所受之力越大時，閘門關閉越快其壓力波產生之最大振幅越大。在本實驗裝置之閘門卻因拉力之不同而產生不同之壓力波振幅，如此可看出閘門之有限時間關閉過程將形成複雜之非線性流場、壓力波互制作用，而產生壓力波非為脈衝現象，而為連續波串作用，但因壓力波峰對密度之變化影響在實驗過程並非很大，故大抵上波速之變化亦非很大，故仍有參考之價值。

故本實驗中，流場入口之干擾及閘門關閉時之影響，雖導致量測值與數值模擬現象略有差異，但由其趨勢仍可看出壓力波之運動狀態，且其運動週期均保持一定，而管內壓力波亦有反覆傳遞之現象產生。在後續研究中，顯然設備之改善，及應用更精密之儀器，以提高量測精度顯有必要，本實驗之結果，可提供定性之參考

五、結論與建議

由於一維流動模式係建立在僅有軸向流場變化之假設，當壓力波引致之流場經過突縮擴管時，流場徑向方向亦有不可忽略之分量，故在本文採用軸對稱流動分析模式，以說明在突縮突擴管中壓力波之透、反射現象。

<一> 結論

- (1) 在數值計算中，計算時間間距之選定及格網間距之大小，密切影響計算結果之精度。在精確且快速之雙重權衡下，選取適當尺度之格點以解析流場之變化。由於壓力波之現象在傳遞過程中僅在波前附近有極大變化，所以在格網之密度上只需適當解析變化之「坡度」，即能兼顧經濟觀點並獲得較高之精度。
- (2) 於計算時間間距中，須沿一特徵線之坡度來取定時間間距，當取定之時間間距必須小於或等於水平間距，但取定太小之時間間距，雖增加其收斂性但與特徵線之坡度相差甚遠，導致計算結果之誤差。
- (3) 在直管之壓力波運動過程中，由於黏滯性之作用，使壓力波有削減之現象，而其壓力波最大振幅發生於最靠近閘門之位置。
- (4) 透、反射現象在粗管內產生振盪現象，使能量儲存其內，並可能導致共振現象。
- (5) 透、反射波與主波非線性作用，使流場內之速度呈不規則變化。斷面變化在低馬赫數流況下，對密度未形成急劇或大規模之變化，因而波速受斷面變化之影響亦甚微。

<二> 建議

在模擬複雜物理現象之過程，分析方法常須簡化次要參數或因素影響以方便分析問題。模擬之結果仍有甚多不確定性影響精度，故在實際物理現象之探討以及工程設計應用上，計算流場範圍之設定與實驗儀器之配置，仍須參考現場需求，並儘可能包含所有之影響參數於分析方法中，使計算過程及實驗量測之限制減至最低。

- (1) 若閘門開度為時間函數關係，則產生之壓力波振幅較瞬時關閉之振幅為小，閘形之最佳化選擇或設計配合良好操作閘門程序將可使水錘之作用為害減至最低。
- (2) 在瞬時關閉閘門後，利用管路斷面之改變，來減低壓力波之振幅。本文研究利用突縮擴管內之流場瞬時動態之反應，來說明減壓過程，及在閘門瞬時關閉後，利用斷面之改變來達到減壓之目的。

由本研究得到之結果，建議使用較大差距管徑之設計，以削減壓力波之振幅，而無需花費巨額之費用設計平壓設施，便能達到減低壓力之目的，是本模式中設計突縮突擴管以分析水錘現象之最高目的。如此，以期能對實際工程之設計施工提供一可行之研究參考，以達到符合經濟效益之目的。有關閘型之設計及閘之緩慢關閉，則有待後續之研究。

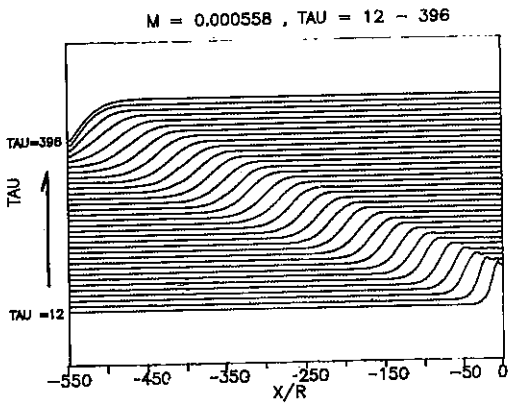


圖 1 直管壓力波運動過程, $M=0.000558$
 $\text{TAU}=12 - 396$ ($\Delta \text{TAU}=12$)

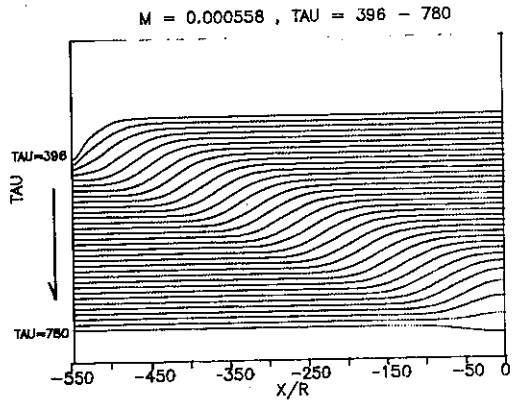


圖 2 直管壓力波運動過程, $M=0.000558$
 $\text{TAU}=396-780$ ($\Delta \text{TAU}=12$)

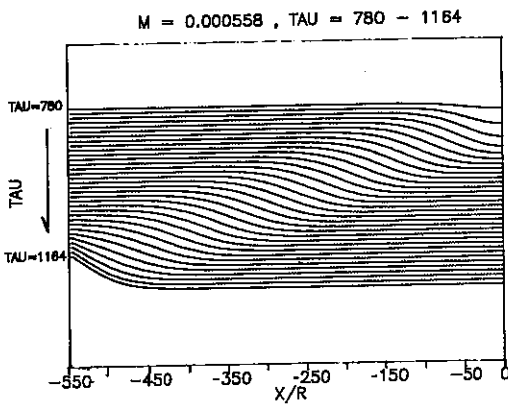


圖 3 直管壓力波運動過程, $M=0.000558$
 $\text{TAU}=780-1164$ ($\Delta \text{TAU}=12$)

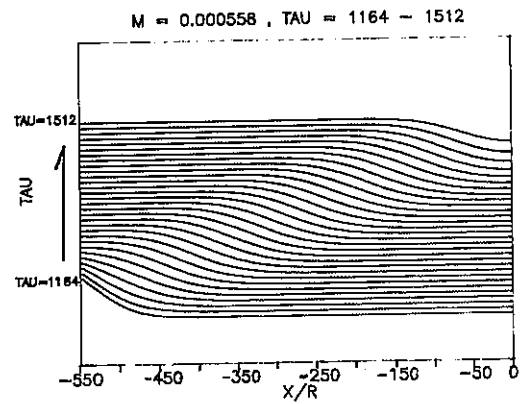


圖 4 直管壓力波運動過程, $M=0.000558$
 $\text{TAU}=1164-1512$ ($\Delta \text{TAU}=12$)

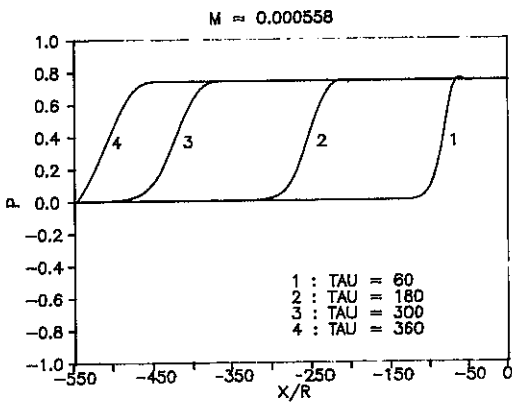


圖 5 直管壓力分佈, $M=0.000558$
 $\text{TAU}=60, 180, 300, 360$

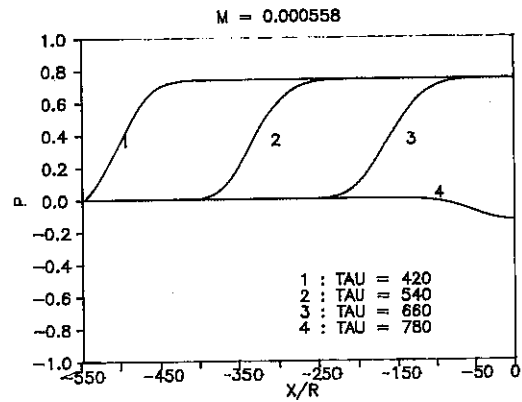


圖 6 直管壓力分佈, $M=0.000558$
 $\text{TAU}=420, 540, 660, 780$

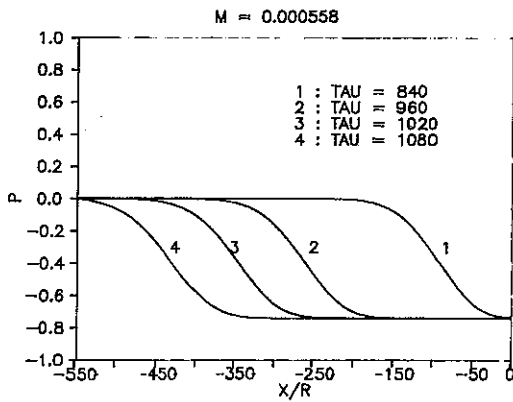


圖 7 直管壓力分佈, $M=0.000558$
TAU=840, 960, 1020, 1080

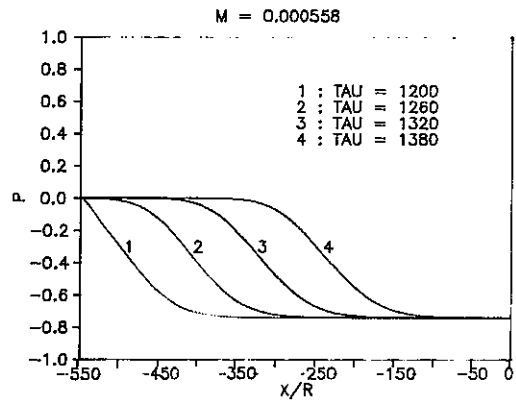


圖 8 直管壓力分佈, $M=0.000558$
TAU=1200, 1260, 1320, 1380

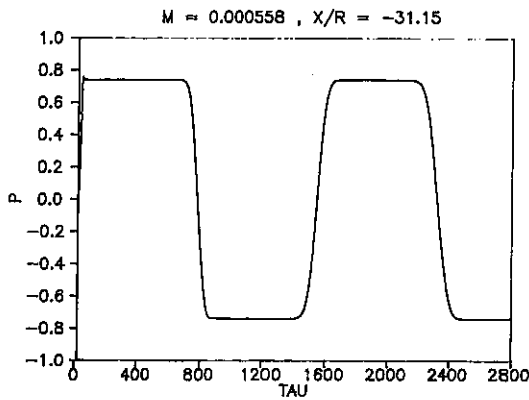


圖 9 定點壓力歷線圖, $M=0.000558, X/R=-31.15$

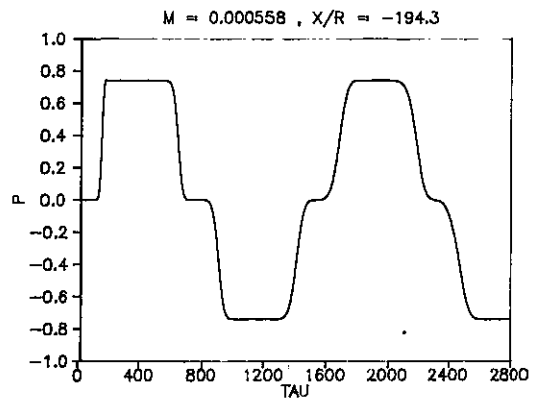


圖 10 定點壓力歷線圖, $M=0.000558, X/R=-194.3$

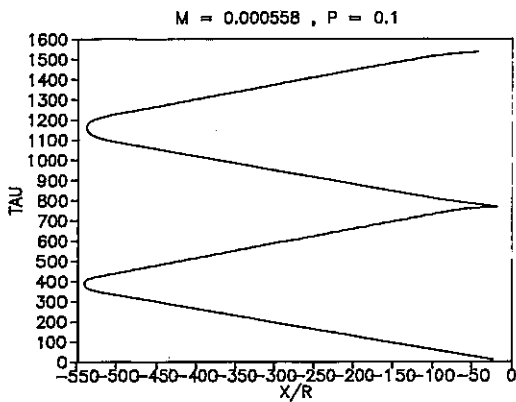


圖 11 壓力波幅 $P = 0.1$ 之運動位置圖

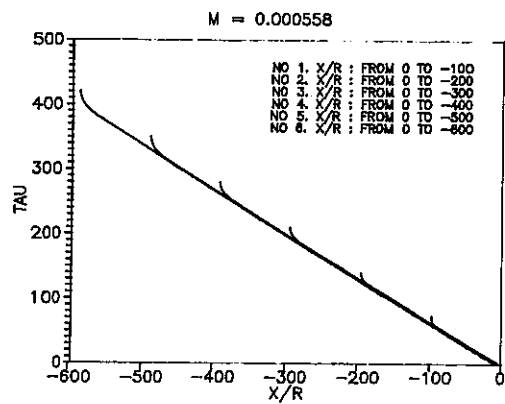


圖 12 不同計算間距所得結果比較圖
 $P = 0.1$ 波幅, 運動位置過程

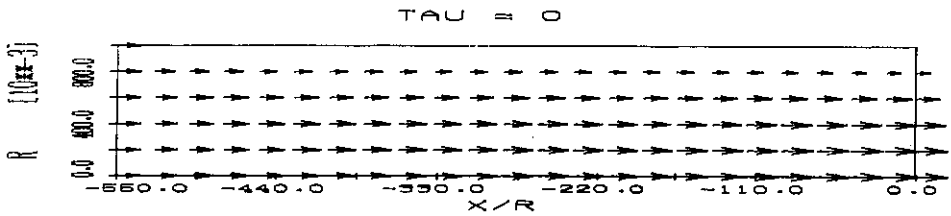


圖13 直管軸向速度向量圖,TAU = 0

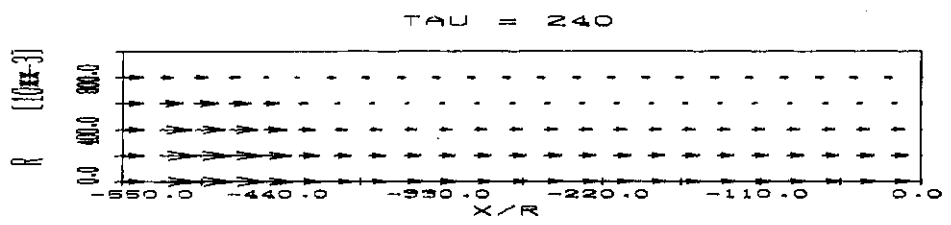


圖14 直管軸向速度向量圖,TAU = 240

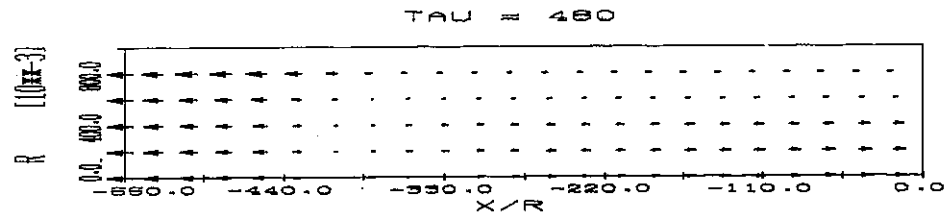


圖15 直管軸向速度向量圖,TAU = 480

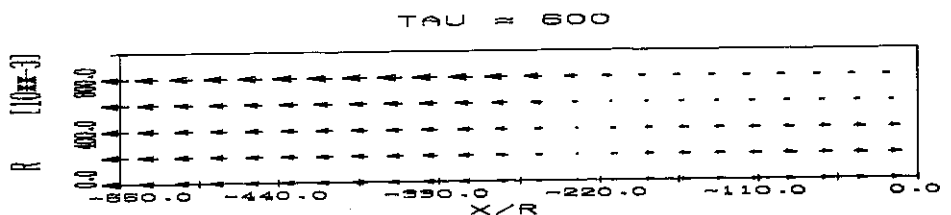


圖16 直管軸向速度向量圖,TAU = 600

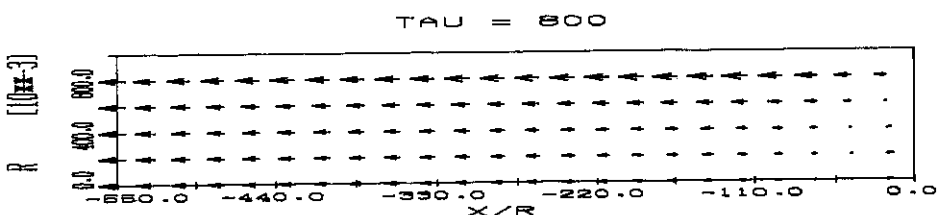


圖17 直管軸向速度向量圖,TAU = 800

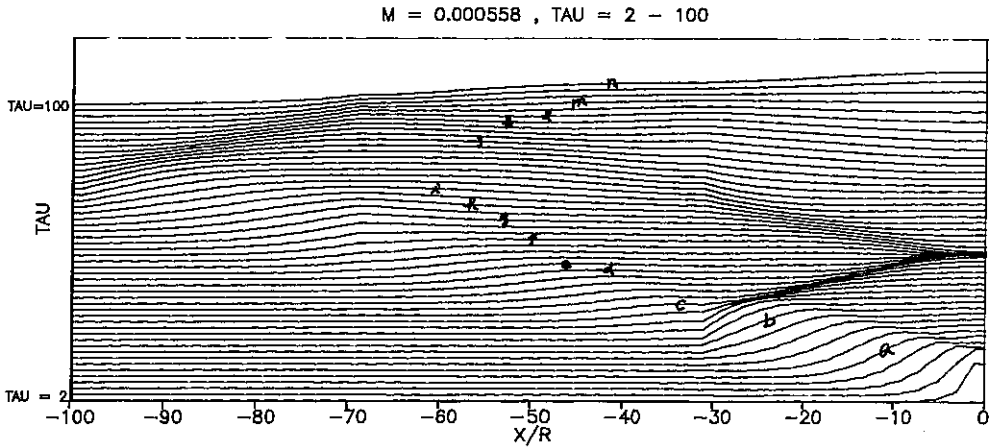


圖18 突縮擴管壓力波運動過程

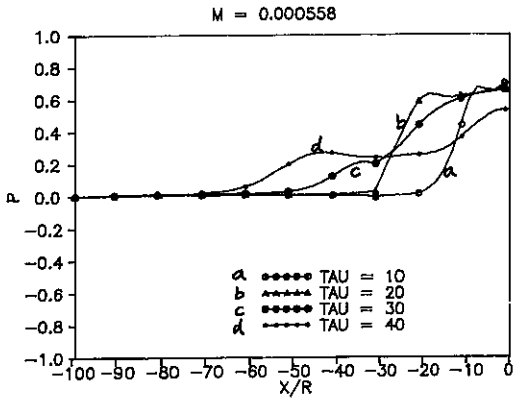


圖19 突縮擴管壓力分佈圖
TAU=10,20,30,40

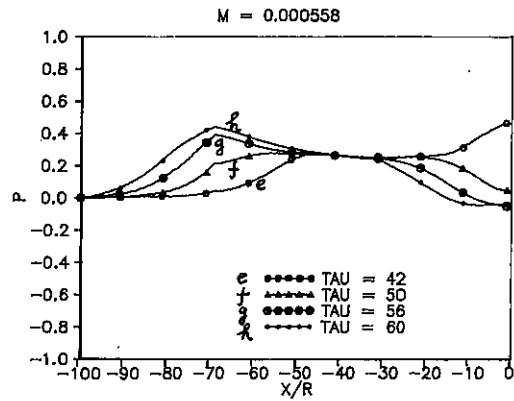


圖20 突縮擴管壓力分佈圖
TAU=42,50,56,60

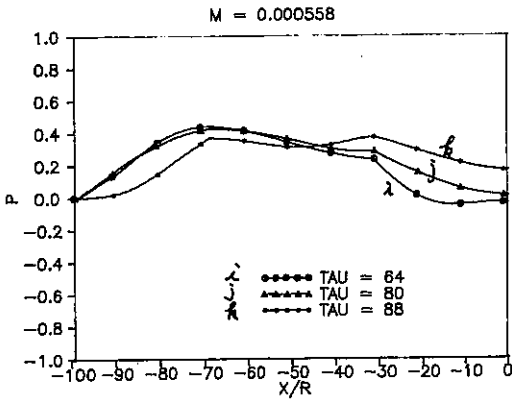


圖21 突縮擴管壓力分佈圖
TAU=64,80,88

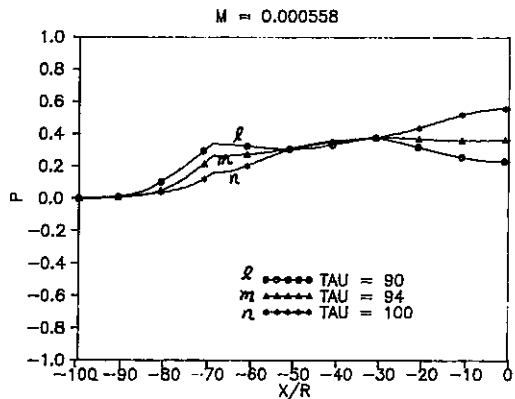


圖22 突縮擴管壓力分佈圖
TAU=90,94,100

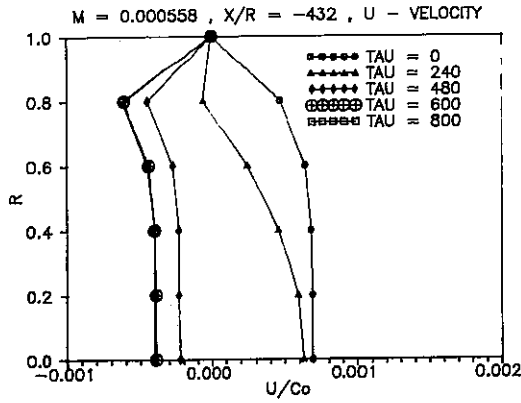


圖23 直管軸向速度隨時間改變分佈演變圖
 TAU=0,240,480,600,800, X/R=-432

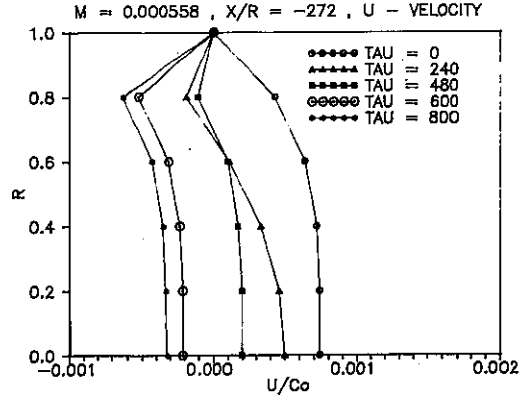


圖24 直管軸向速度隨時間改變分佈演變圖
 TAU=0,240,480,600,800, X/R=-272

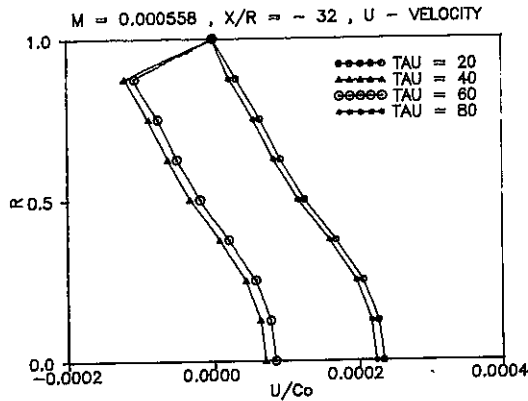


圖25 突縮擴管, X/R=-32, (近突縮段)粗管部份
 軸向速度, TAU=20,40,60,80

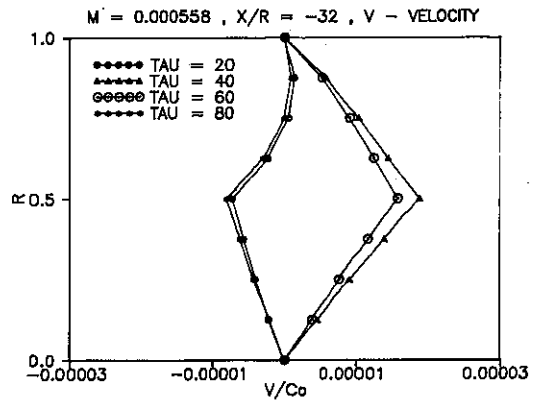


圖26 突縮擴管, X/R=-32, (近突縮段)粗管部份
 徑向速度, TAU=20,40,60,80

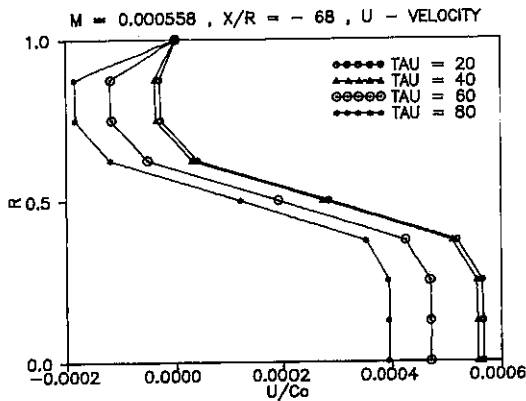


圖27 突縮擴管, X/R=-68, (近突縮段)粗管部份
 軸向速度, TAU=20,40,60,80

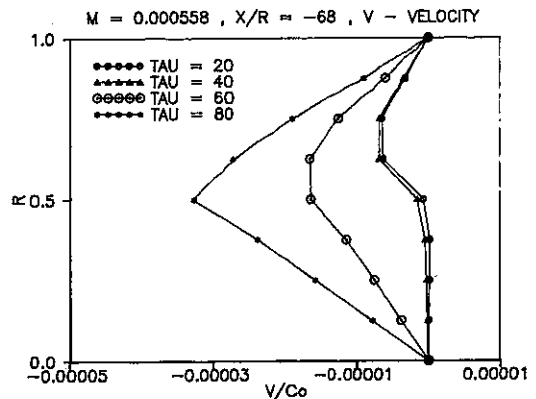


圖28 突縮擴管, X/R=-68, (近突縮段)粗管部份
 徑向速度, TAU=20,40,60,80

不銹鋼直管管長 5.55 公尺

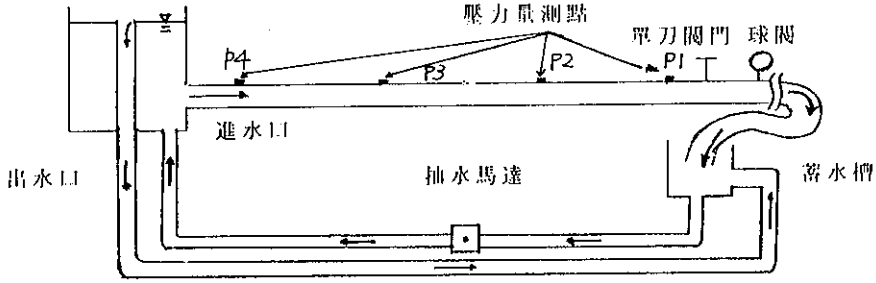


圖29 實驗系統設定示意圖

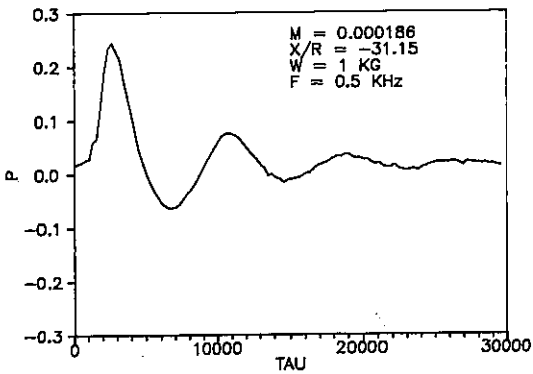


圖30 定點量測壓力歷線圖 $X/R=-31.15, M=0.000186$
砝碼重 $W=1.0$ KG, 頻率 $F=0.5$ KHZ

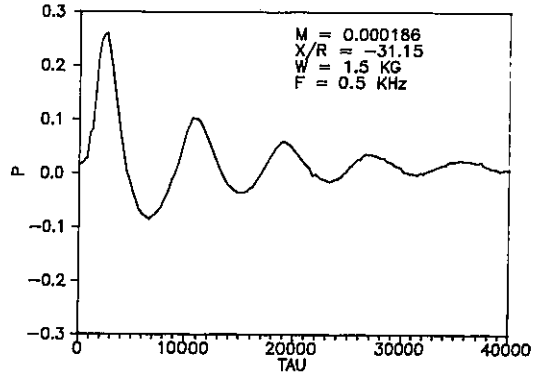


圖31 定點量測壓力歷線圖 $X/R=-31.15, M=0.000186$
砝碼重 $W=1.5$ KG, 頻率 $F=0.5$ KHZ

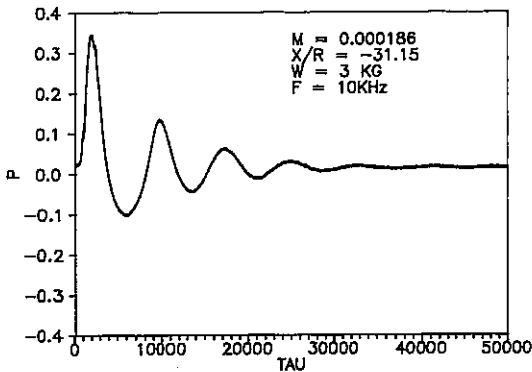


圖32 定點量測壓力歷線圖 $X/R=-31.15, M=0.000186$
砝碼重 $W=3.0$ KG, 頻率 $F=10$ KHZ

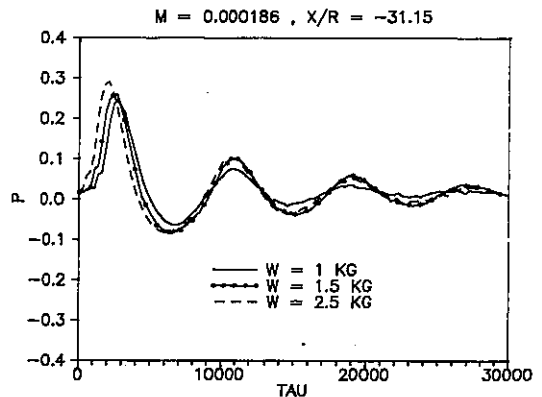


圖33 $X/R=-31.15$, 不同拉力作用下壓力歷線比較圖

六、誌 謝

本研究承蒙國科會 (計畫編號 NSC81-0209-E006-06) 補助，特此誌謝。

參考資料

- [1] Chen C.J. and Chen H.C. , " The Finite Analytic Method " , IIHR Report NO. 232 - IV , Iowa , 1982 , P48-56 。
- [2] Contractor D. N. , " Valve storking to control water-hammer transient using dynamic programming " , ASME , Vol.109 , FEBRUARY 1987 。
- [3] Currie I. G. , " Fundamental Mechanics of Fluids " , McGRAM - Hill Book Co , New York , 1974 。
- [4] Fox J. A. , " Transient Flow In Pipes , Open Channels and Sewers " , New York , 1989 。
- [5] Jones and Wood , " An exact solution of the water hammer problem in a single pipeline with simulated linefriction " , ASCE , 1977 。
- [6] Patankar S. V. , " Numerical Heat Transfer and Fluid Flow " , McGRAM - Hill Book Co , 1988 。
- [7] Sharp , " Water Hammer " , Edward Arnold , 1981 。
- [8] Streeter V. L. and Wylie E. B. , " Waterhammer and surge control " , ASCE , 1973 。
- [9] Wylie and Streeter , " FLUID TRANSIENTS " , McGRAW - Hill Book Co , New York , 1978 。
- [10] Wood Don J. , Dorsch R. G. , and C Libhtner , " Wave - plan analysis of unsteady flow in closed conduits " , ASCE , Vol. 92 , NO. HY2 , March , 1966 。
- [11] Mitra A. K. , " Radial and Axial Variations in Transienat Pressure Waves Transmitted Through Liquid Transmission Lines " , ASME , Vol. 107 , March 1985 。
- [12] Chaudhry M. H. , " Second - Order Accurate Explicit Finite - Difference Schemes for Waterhammer Analysis " , ASME , Vol. 107 , DECEMBER 1985 。
- [13] Gruel R. L. , Huber P. W. and Hurwitz W. M. , " Piping Response to Steam-Generated Waterhammer " , ASME , Vol. 103 , AUGUST 1981 。