

水平流式過濾池模式分析

駱尚廉* 吳先琪* 陳筱華**

摘 要

傳統上自來水過濾池採垂直流式(向下流、向上流或雙向流)、截除、沉澱及擴散為其三項主要傳輸移除機制，而濾速、濾料尺寸、污染物顆粒大小及其質量密度為其四項重要影響變數。本文從過濾機制之傳輸與附著效率探討水平流過濾與垂直流式之差異，並由多孔性介質內之污染物傳輸模式發展水平流式過濾池模式，包含水平流圓型與矩型過濾模式，與濾床之水頭損失模式。

一 前 言

微小固體物之移除為自來水淨水廠之主要目標與功能，因此水廠之過濾池(慢濾或快濾)均為垂直流式(向下流、向上流或雙向流)型態，若依固體顆粒在濾池中之移除機制理論，截除(Interception)、沈澱(Sedimentation)及擴散(Diffusion)為其三項主要作用，對粒徑小於一微米($1\mu\text{m}$)的顆粒而言，擴散作用為其能被去除的主因；而對粒徑大於十微米($10\mu\text{m}$)的顆粒而言，截除與沈澱為二主要作用，且在低濾速及較細質濾砂情況下，重力引起之沈澱作用更勝過截除作用。

由此，濾速、濾料尺寸、污染物顆粒大小及其質量密度為影響固體物被過濾移除之四項重要變數。污染物在地下含水層傳輸時，水平流為其重要且合理之假定，此種天然水平流式之過濾作用，與自來水廠之濾池相比較，在水力學及污染物移除機構上顯然有許多不同處；若將之應用於圓形水平流式濾池時，不論由內圈向外圈過濾，或由外圈往內圈過濾，濾速之變化造成污物移除機制及作用之轉變，污染物顆粒尺寸分佈對移除效

* 國立臺灣大學環境工程學研究所副教授

** 國立臺灣大學環境工程學研究所碩士

率之影響，甚至如何利用濾料尺寸之配合，甚或利用對特殊污染物具強大吸附作用者，以獲致較佳之移除效率等，都是在評估水平流式過濾池可行性之前，值得深究之基礎理論。

二 過濾理論

1 過濾去除粒子之機制

由於過濾去除粒子的可能機制相當多，而多孔介質中微構造內的去除機構研究不易，因此至今尚無一完全可預測過濾去除現象之模式。以下將各種不同之模式歸納為三種機制，即表面濾除、拌除及物理化學作用去除（McDowell-Boyer et al, 1985），加以探討。

(1) 表面濾除：當粒子的大小比濾床之孔隙大時，粒子無法穿透介質，因而堆積在濾床表面。Willis and Tosun (1980) 曾對於此濾餅產生後，其本身逐漸壓密，以及阻礙水流之理論有詳細之討論。由於極薄的濾餅就可以產生非常大的壓力降低，因此濾餅可以不透水層或另一透水性很低之濾床來看待及模擬。

(2) 濾床內拌除：濾床內的拌除，主要是靠濾料將直徑較大的顆粒，以機械的方式拌留，使粒子不再移動。當介質粒子（例如砂）之直徑（ d_m ）與粒子直徑（ d_p ）之比小於 10 時，幾乎沒有粒子穿透濾床，濾餅很快的生成了。當 d_m/d_p 介於 10 至 20 之間時，粒子能穿透濾床，佔據大量孔隙並且使透水性大減。當 d_m/d_p 大於 20 時，粒子佔據之孔隙空間會較小，而水流之減弱也較小。

若粒徑之分佈是由 d_m/d_p 小於 10 至 d_m/d_p 大於 20，則表面累積之大粒子（表面濾除之產物）會拌除較小粒子而得到很有效之過濾。這可以算是表面濾除與濾床內拌除之混合。

(3) 物化作用去除：在水中構成濁度的膠體及生物體（例如表 1 中之細菌、病毒體及藻類）粒徑均為數微米（ μm ），與一般濾料相較，其 d_m/d_p 可近 1000。此時粒子去除的機制主要是粒子與濾料之碰撞且產生引力而使粒子不再移動。

2 傳輸與附著

對於上述過濾機制之第 2、3 項，Ives (1960)、Yao et al. (1971) 及其他多人均將其過程分成兩個階段，一為傳輸階段（transport），將顆粒輸送碰上濾

料之表面接觸點 (contact point) ; 第二為附著階段 (attachment) , 受靜電力、分子力之影響, 使粒子附著於濾料表面或已沈積之顆粒上。

(1) 傳輸之機制: 粒子在濾層中經傳輸而產生碰撞, 需靠三種粒子之相互運動, 即布朗運動 (Brownian motion)、攔截及沈澱。

布朗運動之大小可用粒子擴散係數來表示, 依據 Einstein 之描述, 擴散係數 D_p 為:

$$D_p = \frac{kT}{3\pi\mu d_p} \quad (1)$$

式中, k = 波茲曼常數 (Boltzmann constant)

T = 絕對溫度 (Absolute temperature)

μ = 流體之動力粘滯係數 (fluid dynamic viscosity)

d_p = 粒子直徑 (particle diameter)

對於直徑 $1\mu m$ 之粒子, 在 $25^\circ C$ 水中之 D_p 為 $4.3 \times 10^{-9} cm^2 / sec$ 。

粒子在水中流動, 會被濾料粒子攔截, 此攔截因子可表示為:

$$I = \left[\frac{d_p}{d_m} \right]^2 \quad (2)$$

對於密度與流體不同之粒子, 重力沈降也可以使粒子離開水流停留在濾料表面。
Stokes 的沈澱速率可以描述此種作用之大小:

$$V_s = \frac{g}{18\mu} (\rho_p - \rho_l) d_p^2 \quad (3)$$

式中, g : 重力加速度

ρ_p 、 ρ_l : 分別為粒子及流體之質量密度

(2) 附著之機制: 粒子間主要的吸引力是靠靜電的作用。粒子及濾料在水中其表面都帶著電位稱為表面電位, ψ_p 及 ψ_m 。表面電位的大小常由粒子移動時之剪力面 (plane of shear) 之電位, Zeta potential, ζ_p 及 ζ_m 來表示。

由於粒子外圍被離子電雙層所包圍, 表面電位會因此被遮蔽了。此電雙層之厚度可以 k^{-1} 來量化, 即是

$$k^{-1} = \left[\frac{\epsilon kT}{8\pi e^2} \left\{ \frac{10^3}{NI} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

式中, ϵ = 流體介電常數 (dielectric constant of the fluid)

e = 電子之電荷 (the charge of an electron)

N = 亞佛加得羅數 (Avogadro's number)

$I =$ 離子強度 (Ionic strength)
 在 20°C 的水中

$$k^{-1} = 3.0 \times 10^{-8} I^{-\frac{1}{2}} \text{ (cm)}$$

所以此一電雙層厚度與離子強度有密切的關係。

當粒子與一固著濾料粒子表面相作用，且 $d_m/d_p \gg 1$ ，則電雙層之電位為 (Spielman & Cukor, 1973)：

$$\psi_{d1} = \frac{\epsilon d_p}{2} \psi_p \psi_m \ln [1 + e^{-kh}] \quad (5)$$

式中， ψ_{d1} 在相斥之電力為正值； h 是粒子表面與附著表面之距離。在一般水中 $|\psi_p| \approx |\psi_m| < 50\text{mV}$ ，且 $kd_p > 10$ ，此式是合用的。

除了靜電作用力之外，原子或分子之偶極性 (dipole) 會造成吸引力稱為 London-van der Waals forces。

$$\psi_v = \frac{A}{6} \left[\ln \left[\frac{h+d_p}{h} \right] - \frac{d_p}{h} \frac{h+d_p/2}{h+d_p} \right] \quad (6)$$

式中， $A =$ Hamaker's constant，其值為 10^{-13} 至 10^{-12} erg

其他的粒子間引力還包括化學作用造成之引力，例如在水處理時加入化學混凝劑時之現象。定量描述此種引力十分困難，因此在此暫不討論。

由電雙層所造成之阻力及偶極性造成之引力在不同之距離下有不同之大小。電雙層之斥力在無限遠時為零，隨距離減小而上昇。但偶極性造成之凡得瓦爾引力則隨距離減小急速的增加。二力之抵消造成二粒子在某一距離時會有最大的斥力而形成吸附之障礙。圖 1 表示在不同離子強度下斥力 (正) 與吸引力 (負) 與二粒子表面之距離的關係。由此關係亦可知離子強度對二粒子能否成功的結合有密切的關係。離子強度愈強，電性的障礙愈低。甚至到了很高的離子強度時，二粒子完全沒有相斥的力量。

3. 乾淨濾床之過濾動力模式

如圖 2 所示為一過濾床示意圖， V 為其濾率， C 為粒子濃度，若粒子濃度隨濾床深度 (y 方向) 之變化率為其濃度之一次正比關係，則：

$$\frac{\partial C(y, t)}{\partial y} = -\lambda C(y, t) \quad (7)$$

式中， λ 為濾床濾除係數 (filter efficiency coefficient)，應為時間，甚至濾床深度之函數，Iwasaki (1937) 假設在乾淨濾床時，在濾床濾料等條件下， λ 為一

常數 λ_0 ，且流動方向之距離為 y ，當 $y = 0$ 時，進流之粒子濃度為 C_0 ，故得 Iwasaki 方程式：

$$C = C_0 e^{-\lambda_0 y} \quad (8)$$

此式顯然只適用於單一大小之粒子的去除。前人的實驗 (Yao et al., 1971 ; Spielman & Fitzpatrick, 1973 ; and Tien and Payatakes, 1979) 歸納出濾除係數的經驗公式如下：

$$\lambda_0 = \frac{3}{2} \frac{(1-P_0)}{d_m} \left\{ 4 A_s \frac{1}{3} \left[\frac{U d_m}{D_p} \right]^{-2/3} + 0.56 A_s \left[\frac{A}{\mu d_p^2 U} \right]^{1/8} \left[\frac{d_p}{d_m} \right]^{15/8} + 2.4 \times 10^{-3} A_s \left[\frac{v_s}{U} \right]^{1.2} \left[\frac{d_p}{d_m} \right]^{-0.4} \right\} \quad (9)$$

其中 P_0 是濾床之孔隙率， A_s 是一個校正因子以考慮濾床之捕集能力與單一粒子之不同：

$$A_s = \frac{1 - P^5}{1 - \frac{3}{2} P + \frac{3}{2} P^5 - P^6} \quad (10)$$

其中 $P = (1 - P_0)^{1/3}$ (11)

(9) 式中，右邊之三項分別代表由布朗氏運動，攔截及沈降所貢獻之除去效果，而一般最不易去除之粒子大小為 1 至 $5 \mu\text{m}$ 。

但以上的濾除係數，僅適用於粒子與濾粒表面均沒有電雙層的情況。在實際情況下，由於電雙層吸附障礙存在，相碰撞的二粒子，不一定能成功的附著。因此濾除係數必需再乘上一個有效碰撞因子， α ，即是

$$\frac{dC}{dy} = -\alpha \lambda_0 C \quad (12)$$

在小粒子受到布朗氏運動主宰之情況下，有電雙層的有效碰撞因子與下式成正比

$$\alpha \propto \exp\left[-\frac{(\psi_{dl} + \psi_s)_{\max}}{kT} \right] \quad (13)$$

其中 $(\psi_{dl} + \psi_s)_{\max}$ 是能障的最高值。當粒子不完全受布朗氏運動所控制時，至今仍無適當之方法以預測 α 之值。

4. 比污積量之影響

濾床開始過濾後，粒子逐漸填塞於濾料孔隙內，比污積量 (Specific deposit)

• σ 之定義為：單位濾床體積所濾除之污物量 (kg/m^3 濾床)。如圖 2 中，在 t 時刻，若 dy 段濾除所攔除之污物量為 σ ，而 $t+dt$ 時刻污物攔除量增至

($\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} dt$)，則由連續方程式：

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} dt dy = VC dt - V \left(C + \frac{\partial C}{\partial y} dy \right) dt \quad (14)$$

故可得：

$$\frac{\partial C}{\partial y} = - \frac{1}{V} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (15)$$

由於比污積量隨過濾時間增加而增加，但隨濾床之深度而減少，故可表示為：

$$\sigma = f(V, \lambda_0, C_0, P, \beta) e^{-\lambda(V, \lambda_0, C_0, P, \beta)y} t^m \quad (16)$$

式中， f 及 λ 為 V 、 λ_0 、 C_0 、 β 及 P 等之函數， m 為一實數。

若以 σ_v 表示比污積量之體積比 (m^3 污物 / m^3 濾床)，則：

$$\sigma_v = \sigma / \rho_d \quad (17)$$

式中， ρ_d 為粒子或污物之質量密度，故(16)式可改寫成：

$$\sigma_v = \frac{f}{\rho_d} e^{-\lambda y} t^m \quad (18)$$

(18)式表示過濾時間增加時，比污積量增加；但隨濾床之深度，比污積量降低。

Ives (1969) 針對 λ 為濾床可供附著之比表面積改變及孔隙內流速增加之函數現象，推導出 λ 與 λ_0 比值之通式為：

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(1 + \frac{\beta \sigma_v}{P}\right)^y \left(1 - \frac{\sigma_v}{P}\right)^z \left(1 - \frac{\sigma_v}{(\sigma_v)_u}\right)^x \quad (19)$$

式中， P 為孔隙率， β 為濾料接觸之型態參數， $(\sigma_v)_u$ 為 σ_v 之最終值，由此(7)式可改寫成：

$$\frac{\partial C}{\partial y} = - \lambda_0 \left(1 + \frac{\beta \sigma_v}{P}\right)^y \left(1 - \frac{\sigma_v}{P}\right)^z \left(1 - \frac{\sigma_v}{(\sigma_v)_u}\right)^x C \quad (20)$$

三、水平流式過濾效率探討

1 水平流式過濾類型

傳統上，以自來水及污水處理為目的之過濾池多採垂直流式，而若干以壓力過濾之預覆被濾池 (precoat filter) 為水平流式，此種濾池先需利用助濾劑 (filter aid)，常用矽藻土或輕質材料 perlite 在隔膜上形成一薄薄的預覆被層，由於濾料比一般濾池細緻 100 ~ 1000 倍，因此形成濾餅之“表面濾除”為其主要機制。

利用河岸滲透過濾，再以滲水管渠 (infiltration gallery) 集取伏流水，亦為水平流式過濾類型之一。而水流經地下含水層之過濾作用，再經由水井抽取，亦為天然之水平流式濾池。

此外，謝氏 (1978) 亦指出利用粗濾料水平過濾池作為慢濾池之前處理，可應用於簡易自來水處理設施上，他並以高嶺黏土進行粗濾料 (3.35 ~ 22.2 mm) 水平流過濾池實驗，但除指出雷諾數、沈降速度、濾床深度及水力停留時間為影響最後去濁效率之因素外，並未深入討論水平流式過濾在基本機制上究與垂直流式有何不同。

2 從傳輸與附著效率比較垂直與水平流過濾

(1) 傳輸效率：傳輸過程中之擴散 (布朗運動造成)、攔截及沈澱為三項主要原因，

Yao et al. (1971) 定義傳輸造成粒子與單一濾料之碰撞效率為：

$$\eta_{\text{contact}} = \frac{\text{粒子碰撞上濾料之速率}}{V_0 C_0 (\pi d_m^2 / 4)} = \eta_D + \eta_I + \eta_G \quad (21)$$

式中， η_D = 單由擴散作用造成之碰撞效率

η_I = 單由攔截作用造成之碰撞效率

η_G = 單由重力沈澱作用造成之碰撞效率

而 η_D 、 η_I 及 η_G 可分別表示成：

$$\eta_D = 4.04 \times (\text{Pe})^{-2/3} = 0.9 \left[\frac{kT}{\mu d_p d_m V_0} \right]^{2/3} \quad (22)$$

$$\eta_I = \frac{3}{2} \left(\frac{d_p}{d_m} \right)^2 \quad (23)$$

$$\eta_G = \frac{(\rho_p - \rho_l) g d_p^2}{18 \mu V_0} = \frac{V_s}{V_0} \quad (24)$$

式中， $\text{Pe} = \text{Peclet}$ 數 (無因次)，即滯性力與擴散速率常數之比。由 (22) ~ (24) 式，

可歸納成影響 η_D 、 η_I 及 η_G 之主要變數分別為：

$$\eta_D \propto [d_p^{-2/3} \times d_m^{-2/3} \times V_0^{-2/3}] \quad (25)$$

$$\eta_I \propto [d_p^2 \times d_m^{-2}] \quad (26)$$

$$\eta_G \propto [d_p^2 \times V_0^{-1}] \quad (27)$$

由此，擴散作用對 $d_p < 1 \mu\text{m}$ 以下之小粒子將為被去除之主要原因；但對 $d_p > 10 \mu\text{m}$ 以上之較大粒子，攔截及重力沈澱作用則為主要機制，而在低濾速情況下，重力沈澱作用更勝過攔截作用。

若比較垂直流與水平流過濾之差異，(22)與(23)式在兩種流況應該是完全一致的，唯(24)式在水平流與 Yao (1971) 所示之單一濾料表面之沈澱情況不同了，若仍討論單一濾料顆粒，就沒有沈澱作用了，但事實上，沈澱作用仍會發生，如圖 3 之水平流傳輸機制假定，沈澱作用仍發生在其他顆粒上，若假想顆粒間之孔隙可用理想沈澱池描述（圖 3 (b)），則剛好完全被沈澱去除之顆粒沈降速度為 V_{sc} ，濾速仍為 V_0 ，故：

$$\frac{h_v}{V_{sc}} = \frac{h_h}{V_0} \quad (28)$$

或

$$\frac{V_{sc}}{V_0} = \frac{h_v}{h_h} \quad (29)$$

因為 h_v/h_h 代表孔隙之形狀，此甚難得一具代表性之數值，若假定其值接近 1，故得：

$$V_{sc} = V_0 \quad (30)$$

依理想沈澱池原理，沈澱速度比 V_{sc} 大者（例如 V_{sc}'' ），可 100% 除去；沈降速度比 V_{sc} 小者（例如 V_{sc}' ），除去比例為 V_{sc}'/V_{sc} ，或由(30)式，為 V_{sc}'/V_0 ，此與(24)式相比較，兩者 η_c 之形式仍是一樣。

若由(25)~(27)式觀之，水平流與垂直流濾池可能會有的差異在 V_0 項，垂直流式的橫斷面因為係一致不變的，故 V_0 項在所給予之濾池條件下應該為一常數（但這僅限於在剛開始過濾時之乾淨濾床，時間一久，比污積量將隨池深而變化， V_0 就不一致了）；而水平流式除前述採用滲水管渠或均勻斷面濾床外，可利用圓形水平流式濾池，故若採由內圈向外圈過濾，濾速將由快而慢，而由(25)~(27)式，較內圈之過濾機制將以攔截為主，而外圈之過濾機制將以沈澱為主，布朗運動之影響仍視粒子尺寸而定，但外圈之慢濾速更利於布朗運動之效果。反之，若由外圈向內圈過濾，濾速將由慢而快，外圈將以沈澱或布朗運動作用為主，內圈將以攔截為主，此時情況類似以井抽取地下含水層之過濾情況。

(2) 附着效率：傳輸造成之碰撞並不一定能達到附着之效果，故附着效率， α ，為全部碰撞次數中，有效碰撞數之比例。 α 值之估計非常困難，一般之考慮為：

對理想上極易破壞其穩定性之顆粒： $\alpha = 1$

對相當穩定之顆粒

$$: \alpha \ll 10^{-2}$$

對經添加破壞穩定性之化學藥劑後之狀況： $\alpha \cong 10^{-1} \sim 10^{-2}$

不同顆粒之穩定性可參考表 1 所示，其中以藻類和造成濁度之膠體最難破壞其穩定性。若以附著效率比較水平流與垂直流式之不同，在不添加化學混凝劑之情況下，附著效率僅視粒子性質而定，故兩種流式之結果應該是一樣的。但若添加 Fe(III) 或 Al(III) 鹽類，由於其形成之化學膠羽強度甚弱(表 1) 與濾料之附著性不強，甚易被水流再度帶走貫穿出濾池；而水平流式也應會發生類似之狀況，但膠羽因其尺寸增大，向下沈降之速度大增，故將有大部份膠羽會往濾池底部下沈，不會完全被帶出濾池，謝氏(1977)之水平流濾池試驗即證實此種效果。

由此，對單一濾料言，全部捕集粒子之效率可表示成：

$$\eta_{\text{collection}} = \eta_{\text{contact}} \times \alpha \quad (31)$$

用一般 $\eta_{\text{collection}}$ 之值約在 $10^{-3} \sim 10^{-5}$ 間。

四多孔性介質內之污染物傳輸模式

Bear(1979)以多孔性介質之代表單元體積(Representative Elementary Volume, REV)，透過 REV 之平均值性質將多孔性介質之微視(Microscopic)性質轉換成連續的巨視(Macroscopic)性質，而推導出污染物傳輸之通式為：

$$\frac{\partial(\theta_w C)}{\partial t} = -\nabla \cdot \theta_w \{C \underline{V}^w - \underline{D} \cdot \nabla C - \underline{D}_d^* \cdot \nabla C\} \\ - \frac{\partial}{\partial t} (1-n)\rho^s F + \theta_s \rho^s \bar{\Gamma}^s - \theta_w \lambda_w C \quad (32)$$

式中， θ_w 與 θ_s 分別表示液相與固相之體積分量， n 為孔隙率， ρ^s 為固相質量密度， C 為污染物濃度， \underline{V}^w 為液相之速度向量， \underline{D} 為平流延散係數， \underline{D}_d^* 為分子擴散係數， F 為單位固體質量上之污染物質，而最後兩項分別表示污染物在固體顆粒上與水溶液相內之產生或衰減速度。一般通過相界面之傳輸多以吸附/脫附程序描述之，而可採用之吸附/脫附模式包括：

(1) Freundlich 吸附等溫式：屬於非線性型式

$$F = \beta C^{1/m} \quad (33)$$

(2) 綫性吸附等溫式：

$$F = K_d C \quad (34)$$

(3) 一般綫性吸附模式：

$$F = k_1 C + k_2 \quad (35)$$

(4) Langmuir 吸附等溫式：亦屬於非綫性型式

$$F = \frac{k_1 C}{1 + k_2 C} \quad (36)$$

(5) 可逆系統吸附等溫式：

$$\partial F / \partial t = k(C - mF) \quad (37)$$

(33)式至(37)式中， β ， m ， k_1 ， k_2 ， k 及 m 均為各模式之常數，(34)式之 K_d 亦常被稱為分布係數(Distribution Coefficient)，而(37)式則描述非平衡之等溫線。(32)式中，若污染物在固體顆粒上之產生或衰減速度可表為：

$$\theta_s \rho^s \bar{\Gamma}^s = \theta_s \rho^s (-\lambda_s F) = (1-n)(-\lambda_s F) \rho^s \quad (38)$$

不論 F 採用何種型式公式，傳輸模式可經由滯留因素(Retardation Factor)再簡化之。例如，將(34)式代入(32)式：

$$\frac{\partial (\theta_\omega C)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (1-n) \rho^s K_d C = -\nabla \cdot \theta_\omega \{ C \underline{V}^\omega - \underline{D} \cdot \nabla C - \underline{D}_d^* \cdot \nabla C \} - (1-n) \lambda_s K_d C \rho^s - \theta_\omega \lambda_\omega C \quad (39)$$

$$R_d = 1 + \frac{(1-n) \rho^s K_d}{\theta_\omega}, \quad \theta_\omega C = C^* \quad (40)$$

$$\lambda = \{ (1-n) \lambda_s K_d \rho^s + \theta_\omega \lambda_\omega \} / \theta_\omega$$

R_d 即是滯留因素， C^* 為單位體積之多孔性介質在液相之污染物質質量，故(39)式可改為：

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = -\nabla \cdot \left\{ C^* \frac{\underline{V}^\omega}{R_d} - \frac{\underline{D}_d}{R_d} \cdot \nabla C^* \right\} - \lambda C^* \quad (41)$$

若吸附等溫式採用 Langmuir 公式，將(36)及其微分式代入(32)式，由(36)式：

$$\frac{\partial F}{\partial C} = \frac{k_1}{(1 + k_2 C)^2} \quad (42)$$

故：

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial C} \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{k_1}{(1 + k_2 C)^2} \frac{\partial C}{\partial t} \quad (43)$$

代入(32)式，並令：

$$R_d = 1 + \frac{(1-n)\rho^s k_1}{\theta_w (1+k_2 C)^2}, \quad \theta_w C = C^*,$$

$$\lambda = \left\{ (1-n)\lambda_s \frac{k_1 \rho^s}{(1+k_2 C)\theta_w} \right\} + \lambda_w \quad (44)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = -\nabla \cdot \left\{ C^* \frac{V_w^\omega}{R_d} - \frac{D_h}{R_d} \cdot \nabla C^* \right\} - \lambda C^* \quad (45)$$

(45)式雖與(41)式爲同一型式，但採用之吸附模式不同， R_d 與 λ 公式就不同。

五 水平流式過濾池模式

1 水平流矩型過濾池之過濾模式

由多孔性介質內之污染物傳輸模式，考慮一維方向，假定流速， θ_w 與水力延散係數爲定值，並統稱通過相界面之傳輸與污染物在固體相及水溶液相內之產生衰減爲函數 $G(x, t)$ ，則（駱等，1988）：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + G(x, t) \quad (46)$$

將(7)式、(9)式及(10)式代入(46)式之 $G(x, t)$ 中，(46)式成爲：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \lambda_0 UC \quad (47)$$

前述之(47)式應用於實際狀況時。因 λ_0 與濾料之孔隙率（Porosity, P_0 ）及濾速（ U ）習習相關。而懸浮微粒之累積作用即會造成孔隙率之逐漸變小，及濾速在定流量下逐漸增加，因此(47)式中之 U 即成爲 P_0 之函數，表成 $U = U(P_0)$ 。同理，(47)式中之 λ_0 亦成爲 P_0 和 U 之函數，表成 $\lambda_0 = \lambda_0(P_0, U)$ 。而 P_0 本爲 U 及進、出流污染物濃度 C 之函數，可表成 $P_0 = P_0(U, C(x), C(x+\Delta t), t)$ 。因之 U 、 P_0 及 λ_0 呈現彼此相關之現象，將上述之考量，將(47)式改寫成：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U(P_0) \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \lambda_0(P_0, U) UC \quad (48)$$

2 水平流圓型過濾池之過濾模式

而對於由外圈往內圈過濾之圓型過濾而言，定流量下，其濾速會因同心圓半徑之縮小而增加，因此 U 成爲 $U(x, P_0)$ ，(48)式可改寫爲：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -U(x, P_0) \frac{\partial C}{\partial x} + D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \lambda_0 (P_0, U) UC \quad (49)$$

圓型過濾池為同心圓型，濾料置於二同心圓之間，水流由外圈往內圈流動，適用(49)式；而矩型過濾池之水流方向之斷面積保持固定，適用(48)式。圓型過濾池之優點為過濾前段提供較大的表面積（表面積負荷較小），可提高過濾效果。因為大部份懸浮微粒均累積在濾層之前面層，對於矩型過濾池而言，此部份較容易造成阻塞困擾。

本研究將比較在相同體積之濾料下（濾料之平均粒徑亦相同），圓型過濾池與矩型過濾池之出水濃度（即過濾效率）及水頭損失。若假定圓型過濾池最外圈之濾速為 U_0 ，則矩型過濾池之濾速 U 計算如下：

設同心圓過濾池外徑為 R_1 ，內徑為 R_2 ，則濾床長度 $DR=R_1-R_2$ ，設床深為 h ，則濾料之體積為：

$$V = \pi (R_1^2 - R_2^2) \cdot h \quad (50)$$

若矩型過濾池之濾床長度 L 與圓型池相同（ $L=DR$ ），則其寬 W 為：

$$W = \frac{\pi (R_1^2 - R_2^2) h}{(R_1 - R_2) h} = \pi (R_1 + R_2) \quad (51)$$

故在定流量 Q 下，矩型過濾池之濾速 U 為：

$$U = U_0 \times \frac{2\pi R_1}{W} = U_0 \frac{2R_1}{R_1 + R_2} \quad (52)$$

3 濾床之水頭損失模式

濾床之水頭損失可類比成水流在圓柱孔道裡之流動，由 Darcy-Weisbach 管流之類比公式：

$$\frac{h_L}{\ell} = \frac{f}{d_{FC}} \frac{V^2}{2g} \quad (53)$$

式中， h_L 為水頭損失， ℓ 為流過距離， f 為摩擦係數， d_{FC} 為流孔之直徑， V 為流速。而水力半徑 R 為：

$$R = \frac{\text{孔道截面積}}{\text{濕周}} = d_{FC}/4 = \frac{V_v}{A_v} \quad (54)$$

因 R 亦可表為（孔隙之體積／孔隙之面積），即 V_v / A_v ，故

$$V_v = P_0 \times \frac{N_g V_g}{(1-P_0)} \quad (55)$$

$$A_v = A_g = N_g S_g \quad (56)$$

式中， N_g 為濾料粒子數目， V_g 為一濾料粒子之體積，孔隙之總表面積即濾料粒子之總表面積 (A_g)， S_g 為一濾料粒子之表面積。將(55)式與(56)式代入(54)式，得

$$d_{FC} = \frac{4 P_o}{1 - P_o} \frac{V_g}{S_g} \quad (57)$$

且

$$V = U/P_o \quad (58)$$

U 為濾速，或稱為表面流速 (Superficial Velocity)， V 為水流在孔隙內之真正流速 (True Velocity)，將(57)與(58)式代回(53)式，可得

$$\frac{h_L}{\ell} = \frac{f}{8g} \left(\frac{1 - P_o}{P_o^3} \right) \frac{S_g}{V_g} U^2 \quad (59)$$

若為層流 (Laminar Flow) 則：

$$f = \frac{64}{N_{Re}} = \frac{64\nu}{V d_{FC}} = \frac{16\nu}{U} (1 - P_o) \left(\frac{S_g}{V_g} \right) \quad (60)$$

代入(59)式，得

$$\frac{h_L}{\ell} = \frac{2\nu}{g} \cdot \frac{(1 - P_o)^2}{P_o^3} \cdot \left(\frac{S_g}{V_g} \right)^2 U \quad (61)$$

式中，

$$\frac{S_g}{V_g} = \frac{6}{d_m} \cdot \frac{1}{\psi} \quad (62)$$

ψ 為圓球度 (Sphericity)，對圓球形濾料粒子而言， ψ 為 1；對濾砂而言， ψ 可採用 0.8。將(62)式代入(61)式，得：

$$\frac{h_L}{\ell} = \frac{2\nu}{g} \cdot \frac{(1 - P_o)^2}{P_o^3} \left(\frac{6}{\psi d_m} \right)^2 U \quad (63)$$

式中， ν 為動滯性 (Kinematic Viscosity)，水在 20 °C 時 ν 為 $1 \times 10^{-6} m^2/s$ 。(63)式之基本假定為孔隙為均勻之圓柱形，但實際上，孔隙之形狀是被壓擠成不規則的，因此實際上之水頭損失要比(63)式所計算之結果值要大，Kozeny - Carman 取代(63)式中之常數 2，而以一配合參數 (Fitting Parameter) K 表示之，故得：

$$\frac{h_L}{\ell} = \frac{K\nu}{g} \cdot \frac{(1 - P_o)^2}{P_o^3} \cdot \left(\frac{6}{\psi d_m} \right)^2 U \quad (64)$$

對於層流， K 值在 5 與 7 之間，而(64)式在 N_{Re} 小於 5 以下方能適用。因此若(64)式選用 $P_o = 0.4$ ， $\ell = 0.8 m$ ， $K = 5$ ， $\psi = 0.8$ ，則成爲

$$h_L = 1.29 \times 10^{-4} U/d_m^2 \quad (65)$$

因此， h_L 與 U 成正比，與 d_m^2 成反比，(65)式可在取 $10g$ 函數後成爲：

$$\log h_L = -4.19 + \log U - 2 \log d_m \quad (66)$$

(66)式之圖示關係如圖 4 所示。

六 結 論

- 1 過濾池傳輸過程中之布朗運動擴散、攔截及沈澱爲三項主要原因，其傳輸效率與污染粒徑、濾料粒徑及濾速之關係爲：

$$\eta_D \propto [d_p^{-2/3} \times d_m^{-2/3} \times U^{-2/3}]$$

$$\eta_I \propto [d_p^2 \times d_m^{-2}]$$

$$\eta_G \propto [d_p^2 \times U^{-1}]$$

由此，擴散作用對 $d_p < 1 \mu m$ 下之小粒子將爲被去除之主要原因；但對 $d_p > 10 \mu m$ 以上之較大粒子，攔截及重力沈澱作用則爲主要機制，而在低濾速情況下，重力沈澱作用更勝過攔截作用。

- 2 在傳輸過程比較上，擴散與攔截在水平流與垂直流兩種流況是完全一致的；而在 $h_v/h_h = 1$ 之假定水平流傳輸機制下，兩者之沈澱傳輸仍是一樣的。水平流與垂直流濾池可能會有的傳輸差異在濾速，圓型水平流式過濾池由外圈向內圈過濾時，濾速將由慢而快，外圈將以沈澱或布朗運動作用爲主，內圈將以攔截爲主。
- 3 過濾過程之附著效率視污染物顆粒之穩定性而異，故在不添加化學混凝劑之情況下，水平流式與垂直流式兩者之附著效率應該是一樣的；但若添加 $Fe(III)$ 或 $Al(III)$ 鹽類，由於其形成之化學膠羽強度甚弱，與濾料之附著性不強，甚易被水流再度帶走貫穿出濾地，而水平流式也會發生類似之狀況，但膠羽因其尺寸增大，向下沈降之速度大增，故將有大部份膠羽會往濾池底部下沈，不會完全被帶出濾池。

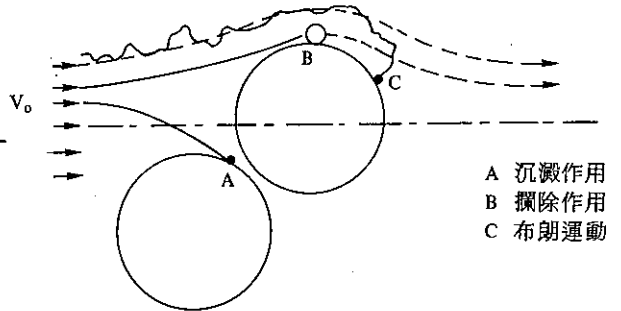
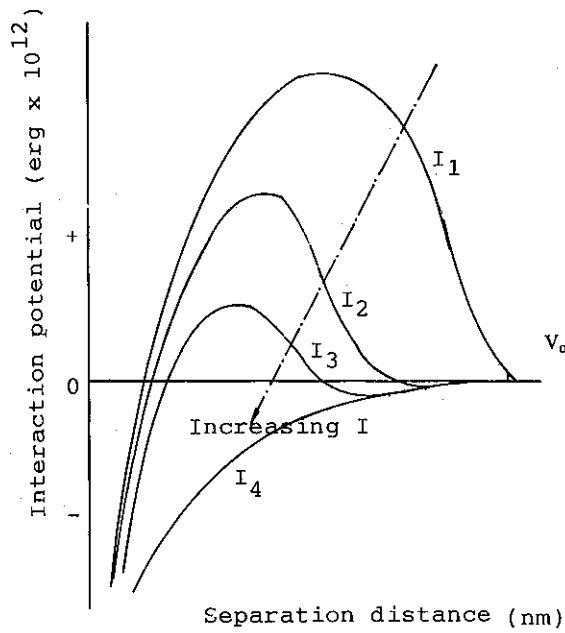
七 參考文獻

1. McDowell-Boyer, L.M., J.R. Hunt, and N. Sitar, "Particle Transport Through Porous Media", UC Berkeley, UCB-SEEHRL Report No. 85-12, 1985.

2. Willis, M.S. and I. Tosun, "A Rigorous Cake Filtration Theory", Chem. Eng. Sci., 35, 2427-2438, 1980.
3. Ives, K.J., Proc. Inst. Civil Eng. 16, 189-193, 1960.
4. Yao, K.M., M.T. Habibian, and C.R. O'Melia, "Water and Waste Water Filtration: Concepts and Applications", Environ. Sci. Technol., 5(11), 1105-1112, 1971.
5. Iwasaki, T., "Some Notes on Sand Filtration", J. Amer WaterWorks Assoc., 29, 1591-1597, 1937.
6. Spielman, L.A., and J.A. FitzPatrick, "Theory for Particle Collection Under London and Gravity Forces", J. Colloid Interface Sci., 42(3), 601-623, 1973.
7. Tien, C., and A.C. Payatakes, "Advances in Deep Bed Filtration", AIChE J., 25(5), 737-759, 1979.
8. Baumann, E.R., Precoat Filtration, Chap. 15 of "Water Treatment Plant Design", R.L. Sanks, editor, Ann Arbor Science Publishers, Inc., 1979.
9. Bear, J., Hydraulics of Groundwater, McGraw-Hill, 1979.
10. 謝國祥, "水平過濾池之影響因素", 成大環工 pp.86-96, 1978。
11. 駱尚廉, 吳先琪, 陳筱華, "水平流過濾池之可行性研究", 台大環工研究報告 No. 182, 1988.

誌 謝

本研究承臺灣省自來水股份有限公司提供研究經費，陳協理耀楠先生、劉總工程師家堯先生、陳經理榮藏先生及企劃處、營運處、技術處、中區工程處等有關人員之關注，及張組長朝慶先生之協助連繫，衷心銘感，謹此致謝。



(a) 水平流傳輸機制

圖 1 不同離子強度下，斥力（正）與吸引力造成之淨電位

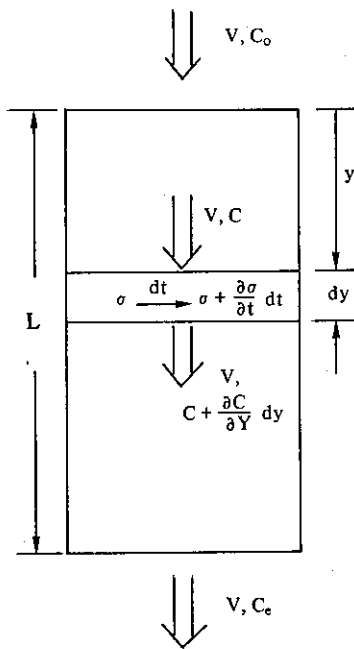
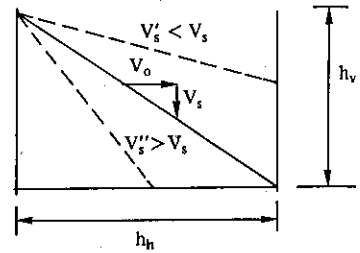


圖 2 過濾床示意圖



(b) 沉澱作用於孔隙內之理想化

圖 3 水平流傳輸機制之假定

表 1 水中顆粒之性質

顆 粒 類 別	顆 粒 粒 徑 $d_p (\mu m)$	d_m/d_p^*	破 壞 穩 定 之 困 難 度	顆 粒 強 度
病 毒 體	0.005 ~ 0.05	$2 \times 10^4 \sim 2 \times 10^5$	中 等	中 等
細 菌	0.5 ~ 10	100 ~ 2000	中 等	中 等
藻 類	1 ~ 10	100 ~ 1000	困 難	中 等
黏 土	0.1 ~ 2	500 ~ 10,000	容 易	強
淤 泥	2 ~ 20	50 ~ 500	容 易	強
"濁度"物質	0.1 ~ 10	100 ~ 1000	困 難	弱
生 物 膠 羽	10 ~ 1000	1 ~ 100	中 等	中 等
化 學 膠 羽	1 ~ 1000	1 ~ 1000	容 易	弱

* d_m 以 1.0 mm 計算

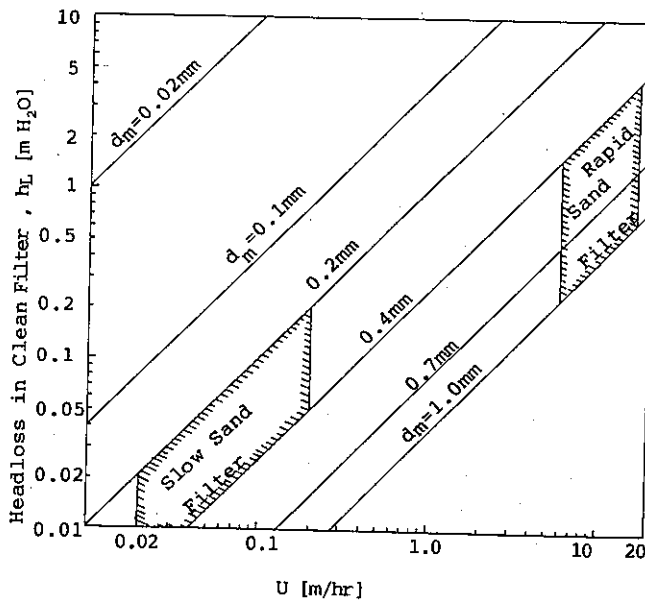


圖 4 水頭損失與濾速及濾料尺寸之關係