

# 微粒在直管與對稱性孔穴中傳輸之研究

## Transport Behavior of Hydrosol Particles in the Distribution System Consisting of a Straight Pipe and a Symmetric Cavity

盧重興\*、簡志益\*\*、李連堯\*\*、柯慶明\*

### 摘要

由於淨水廠各種發展完備的處理方法，使得自來水水質在離開淨水廠時，大多能夠符合自來水水質標準。然而自來水一旦離開淨水廠，進入配水管線後，由於管線本身的複雜性及維修之困難，使得管線中的自來水水質再度受到威脅。以往對於配水管線之研究，大多著重於發展水力模式，以便預估配水管線中的流速與流量，而對水質模式卻很少被探討。

本研究之目的即在以理論的方式探討配水管線末端區之流場分布與微粒（包括細菌、濾砂及粒狀活性碳等）的傳輸現象、沈澱特性及管線接頭空隙所形成之對稱性孔穴流對微粒捕捉與沈澱之影響。在研究中結合流體動量傳輸與微粒運動方程式，建立一可以預估微粒於配水系統中之沈澱位置與沈澱效率之數學模式。

模式之預測結果與文獻上之理論數據相較，得到不錯之一致性。因而進一步探討流體雷諾數、微粒大小及微粒入口位置對微粒傳輸之影響。最後，並計算出微粒於不同流體雷諾數下，Stokes數與沈澱效率的關係。

### 壹、前言

我國將成為一已開發國家，對於被當做一個國家生活水準指標之一的自來水，不僅應要求達到自來水之高普及率，更需要使自來水之供應達到質佳而量足的目標。要避免自來水受到污染，除了要做好水源的保護外，淨水處理廠的處理技術及輸送管線的維護也是一大重要課題。淨水處理廠中之水質問題已經被廣泛的探討及研究，各種發展完備的處理方法，使得自來水水質在離開淨水廠時，大都能夠符合政府公告的安全標準。然而自來水一旦離開淨水廠，進入配水管線後，由於管線本身的複雜性及維修的困難，可能會因為水質之變化而發生異常現象，如自來水變得混濁、有色、有異味，甚而流出水生物或是使用時器物發生異常現象等，使得自來水水質安全再度受到威脅。以八十二年為例，各淨水廠水質，大都能夠符合臺灣省自來水水質標準之要求（環保署，1993），但是八十二年度各級環保、衛生單位對於各種公共飲用水水質抽驗結果，不合格率仍偏高（環保署，1994），顯示自來水在配水系統中受到二次污染。

雖然已有許多實場觀察及實驗室的研究證實自來水水質於配水系統中會產生二次污染，但很少有研究以理論分析這種配水系統內的傳輸問題。為了有效的維持飲用水水質，發展出一套結合考慮水力模式（hydraulic model），水質參數（溶氧、pH、溫度…等），環境因素（管材與管壁腐蝕、貯水設備）等完整的水質模式（water quality model），而能正確預測微粒、化學物質與微生物在配水系統中之傳輸問題，實屬必要。一旦，所完成之模式經因素（管材與

\* 國立中興大學環境工程研究所副教授

\*\* 國立中興大學環境工程研究所研究生

Biswas et al. (1993) 發展出一二維的傳輸模式，同時考慮了餘氯本身受有機物、浮游生物及管壁受生物膜的消耗，以計算餘氯濃度在配水管中之分布。Lu et al. (1993) 發展一考慮折點加氯法 (Breakpoint chlorination) 在配水系統中的化學反應與傳輸模式，以預估自由餘氯與結合餘氯在配水管中之濃度分布。最後，並提出一些折點加氯法的操作標準，以期待能夠有效的預防自來水水質的二次污染。其又於1995年發展出微生物在配水管中的傳輸模式 (Lu et al, 1995)，可以了解有機物、微生物及消毒劑相互間的消長情形。此模式經過文獻中數值解驗證成功，並應用到預估淨水廠輸出水在配水系統中的水質變化情形。

### 3. 系統管理模式 (System Management Model)

朱氏 (1991) 指出為了妥善貯存與有效應用管線資訊，採用圖面電腦管理設備，建立「自來水管線資訊系統」，將管線圖檔管理電腦化，提供快速查詢服務，並針對資料統計、意外對策、災害預防處理、斷水作業等決策支援技術，可提供良好的配水工程管支援，並大大提昇自來水管線工程品質。

## 三、孔穴流

配水管在其兩接頭銜接處的空隙，形成所謂孔穴 (cavity)，於配水管網中為細菌提供了一處保護與棲息的空間，使各種細菌在其中繼續生存增殖，對水質變化造成威脅。

Duda and Vrentas. (1971)，發展一解析解來描述低雷諾數下，圓柱形孔穴 (cylindrical cavity) 內之流場並應用於管內有兩相流 (two-phase flow) 的情況，以用來分析許多密閉流線之蠕動流問題。Vardy et al. (1972) 考慮一系列由於受壓力梯度影響而沿管軸移動之圓盤狀膠囊的穩定運動。當雷諾數高時，連續兩個膠囊間的渦流形狀受慣性力 (inertial force) 影響甚大。低雷諾數時，黏滯力主導著流動行為、流線幾乎為對稱形狀。

## 四、微粒運動

配水管中的微粒包括細菌、濾砂及粒狀活性碳等。Basset et al. (Hinze, 1975) 推導出靜止流體中球形粒子之運動方程式。其後 Tchen (1947) 加以擴大為考慮流速變化時，粒子之運動方程式，用於預測粒子運動軌跡。當微粒之濃度很低時，可忽略微粒間之影響，將每一個微粒視為在流場中單獨移動，當流體之密度接近或高於微粒之密度時，則壓力梯度、附加質量 (added mass) 與 Basset 項均不可忽略。Clift et al. (1978) 則結合 Stokes' 阻力、附加質量、Basset history integral 來描述一考慮微粒在靜止流體中，靜止落下時之運動方程式。

## 參、理論與模式推導

### 一、基本假設

本研究探討微粒於直管中與對稱性孔穴中之傳輸行為。在推導直管與對稱性孔穴中之流場與微粒運動軌跡的數學方程式之前必須先針對系統做適當的基本假設如下：

- (1) 流體為一不可壓縮流，也就是流體在配水管內之密度保持不變。
- (2) 流體流動為穩定狀態且維持在層流範圍內。
- (3) 流體的黏滯係數在整個配水管中維持一定。
- (4) 流體的速度剖面以配水管管中心成一對稱分布，亦即其速度梯度在管中心為零。
- (5) 省略流體在角方向之傳輸。
- (6) 微粒運動方程式中除重力、浮力外，忽略其他外力的影響。
- (7) 微粒之間的作用力可忽略，這種假設適用於低微粒濃度之飲用水。

(8) 假設微粒為圓球形。

(9) 任何微粒，一旦碰到管壁則完全附著，換言之，微粒之反彈與跳脫不予以考慮。

## 二、流場

配水管銜接處的空隙，形成所謂對稱性孔穴 (symmetric cavity)，如圖1所示。由文獻回顧中可看出，孔穴中的循環流態 (recirculating flow) 會造成一些污染物的沈降與不易去除的困擾，為瞭解這種孔穴流對微粒在配水管中傳輸的影響，必須先針對直管與對稱性孔穴兩處的流場做分析。

### 1、直管流場

對於直管流場部分，以配水管進流速度  $u_0$  對速度分布，管半徑  $r$  對距離做無因次化，則 Navier-Stokes 方程式與連續方程式可以分別寫成：

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{u_x}{r} + \frac{\partial u_r}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

其中  $u_x$ 、 $u_r$  是軸向和徑向無因次化速度分布， $x$  是沿管軸之無因次化距離， $r$  是由管中心沿徑向算起之無因次化距離， $p$  是無因次化壓力項， $\text{Re}$  是流體在直管中之雷諾數 ( $= \rho u_0 d / \mu$ ， $\rho$  為流體密度， $d$  為管直徑， $\mu$  為黏滯係數)

對於直管部分，其邊界條件為：

$$\begin{array}{lll} x=0, & u_x=1, & u_r=0, \\ r=1, & u_x=0, & u_r=0, \\ r=0, & \partial u_x / \partial r=0, & u_r=0. \end{array} \quad (3)$$

方程式 (1) 與 (2) 為一偏微分方程組，其解法是利用有限差分法中的外顯法 (explicit)，並結合邊界條件，形成一常微分方程組，然後再以 IMSL(1987) 的副程式 DIVPAG 解之。

在解直管流場時， $dp/dx$  為一不可知值，可以先假設一個入流之  $dp/dx$  值，然後配合適當的邊界條件，解方程式 (1) 及 (2) 求得軸向和徑向速度的分布，並檢查在管壁的徑向速度是否為零，若徑向速度在管壁處不為零，則需另外假設一新的  $dp/dx$  值，重複計算直到徑向速度在管壁為零。解法的流程圖詳示於圖2。

### 2、對稱性孔穴流場

在研究孔穴中的循環流態，必須採用流線函數 (stream function,  $\psi$ ) 及渦度 (vorticity,  $\omega$ )。由定義，流線函數、渦度與速度分布的關係如下：

$$u_x = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad u_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \omega = \frac{\partial u_r}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial r} \quad (4)$$

解對稱性孔穴流場部分，以直管與孔穴交界處中點速度  $u_{xcm}$  對速度分布，孔穴寬度  $L_c$  對距離作無因次化，並配合  $\psi$  及  $\omega$  的定義，則 Navier-Stokes 方程式與連續方程式可寫成：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{1}{\text{Rec}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\omega) \right] + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right\} \quad (5)$$

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + r\omega = 0 \quad (6)$$

其中  $R_{cc}$  為孔穴流中之雷諾數 ( $R_{cc} = \rho u_{xcm} L_c / \mu$ )。

解方程式 (5) 與 (6) 時，以有限差分法的外顯法，於  $x$  方向切割成  $n$  條線，再利用泰勒級數展開法求取偏微分方程組各項之中央差分近似值。最後結合孔穴四邊的邊界條件(如圖 3)，形成一邊界值問題，然後再以 IMSL(1987) 副程式 DBVPFD 解之。

然其中須利用交替疊代法(Interactive method)同時解出在直管與孔穴中的流場，其解法如下：首先以孔穴前端直管 AB 處的速度分布為初始條件，再假設直管與孔穴交界處 BC 的軸向速度分布為邊界條件算出直管部分的速度分布，由此速度分布代入方程式 (4) 可求得交界處 BC 的流線函數與渦度。流線函數與渦度為以  $u_0$  與  $R$  為基準之無因次化數量，必須將其轉換成以  $u_{xcm}$  與  $L_c$  為基準之無因次化數量，配合孔穴中其他三邊的邊界條件，解方程式 (5) 與 (6) 可算出孔穴中的速度分布，再轉換回成以  $u_0$  為基準的速度分布並檢查所得解的連續性 (continuity of solution)，也就是檢查由直管部分與孔穴所求得交界處的  $u_x$ 、 $u_r$  及  $\partial u_x / \partial r$  是否在可容許的誤差範圍內，若誤差過大，以由孔穴流所算得之交界處的速度分布為新的猜測值重複前述步驟直到誤差小於可容許的範圍內為止。孔穴流的雷諾數於疊代解之過程中，隨交界處的軸向速度  $u_{xc}$  的改變而改變，直到所得解的連續性收斂後即得最後孔穴流的雷諾數，解法的流程如圖 4 所示。

直管與孔穴交界處的流線函數為解孔穴流之邊界條件，欲得其值可先將方程式 (4) 兩邊同時乘以  $r$  再對  $r$  微分，並利用中央差分法將其展開，可得下列方程式：

$$r_i \frac{u_{i,i+1} - u_{i,i-1}}{2} (\Delta r) + u_{i,i} (\Delta r)^2 = \psi_{i,i+1} - 2\psi_{i,i} + \psi_{i,i-1} \quad (7)$$

方程式 (7) 之  $u_{x,i}$ 、 $\psi_1$  與  $\psi_n$  皆為已知值，利用三對角矩陣法 (tridiagonal matrix)，可以算出  $\psi_2 \sim \psi_{n-1}$  的數值解。

### 三、微粒之運動軌跡

Basset、Boussinesq 與 Ossen (Hünze, 1975) 推導出靜止流體中球形粒子的運動方程式。由 Tchen (1947) 加以擴展為當流體流動時，粒子的運動方程式如下：

$$\begin{aligned} \rho_p \frac{\pi}{6} d_p^3 \frac{dv^*}{dt^*} = 3\pi\mu d_p (u^* - v^*) + \rho \frac{\pi}{6} d_p^3 \frac{du^*}{dt^*} + \rho \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d_p^3 \left( \frac{du^*}{dt^*} - \frac{dv^*}{dt^*} \right) \\ + \frac{3}{2} d_p^2 \sqrt{\pi\rho\mu} \int_0^{t^*} \frac{du^* - v^*}{\sqrt{t^* - \tau^*}} d\tau^* + F_c \end{aligned} \quad (8)$$

其中： $\rho_p$  是微粒密度， $d_p$  是微粒粒徑， $v^*$  是微粒速度， $\mu$  是流體黏滯係數， $\rho$  是體密度， $u^*$  是流體速度， $t^*$  是時間， $F_c$  是外力 (包括浮力與重力)

方程式 (8) 中，左邊項是指微粒於流體中所受之淨力；右邊第一項，稱 Stokes 項，描述流體施於微粒之拖曳力；右邊第二項，描述微粒受周圍流體壓力降的影響；右邊第三項描述加速微粒相對於周圍流體之附加質量 (added mass) 所需之力；右邊第四項，稱為 Basset 項，與粒子過去的經歷 (history) 有關，描述偏離穩定狀態之效應。

當流體的密度接近或高於粒子的密度時，則方程式 (8) 右邊第二、三、四項變得很重要，不可忽略。方程式 (8) 經無因次化後，在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三個方向的平衡方程式可以表示成：

$$\frac{d^2x_p}{dt^2} = \frac{C_D \text{Re} \rho}{St \cdot 24} (u_x - v_x) + \frac{2B}{\lambda} \sqrt{\frac{2}{\pi \text{Re}}} \int_0^t \frac{-\frac{d^2x_p}{dt^2}}{\sqrt{t-t'}} dt \quad (9)$$

$$\frac{d^2y_p}{dt^2} = \frac{C_D \text{Re} \rho}{St \cdot 24} (u_y - v_y) - \frac{Gr}{2\text{Re}^2} + \frac{2B}{\lambda} \sqrt{\frac{2}{\pi \text{Re}}} \int_0^t \frac{-\frac{d^2y_p}{dt^2}}{\sqrt{t-t'}} dt \quad (10)$$

$$\frac{d^2z_p}{dt^2} = \frac{C_D \text{Re} \rho}{St \cdot 24} (u_z - v_z) + \frac{2B}{\lambda} \sqrt{\frac{2}{\pi \text{Re}}} \int_0^t \frac{-\frac{d^2z_p}{dt^2}}{\sqrt{t-t'}} dt \quad (11)$$

其中： $C_D$ 是拖曳力係數， $St$ 是史脫克數（ $= (\rho_p + \rho/2) u_0 d_p^2 / 18 \mu R$ ）， $Gr$ 是格那斯霍數（ $= 8gR^3(\rho_p - \rho) / \nu^2(\rho_p + \rho/2)$ ）， $Re_p$ 是微粒之雷諾數（ $= \rho d_p u_0 / \mu$ ）， $x_p$ 、 $y_p$ 、 $z_p$ 是時間 $t$ 時，微粒在 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三方向之無因次化位置， $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$ 是微粒在 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三方向的無因次化速度， $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 是流體 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三方向的無因次化速度， $B$ 是無因次化加速度（ $= 9\rho / (2\rho_p + \rho)$ ）， $\lambda$ 是微粒直徑與管直徑比（ $= d_p/d$ ）

對不同微粒之雷諾數（ $Re_p$ ）下，拖曳力係數可以表示成（Seinfeld, 1986）：

$$C_D = \begin{cases} 24/Re_p & Re_p < 0.1 \\ 24/Re_p(1+3/16Re_p+9/160Re_p^2 \ln(2Re_p)) & 0.1 < Re_p < 2 \\ 24/Re_p(1+0.15Re_p^{0.678}) & 2 < Re_p < 500 \\ 0.44 & 500 < Re_p < 2 \times 10^5 \end{cases} \quad (12)$$

而其初始條件與微粒在進入配水管之入口位置有關：

$$\begin{aligned} \text{當 } t=0 \quad x_p &= 0, \quad y_p = r_{pi} \sin\theta, \quad z_p = r_{pi} \cos\theta \\ v_x &= 1, \quad v_y = v_z = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $r_{pi}$  為微粒在入口的徑向位置。

方程式（9）、（10）、（11）為一描述微粒運動之常微分方程組，利用 IMSL(1987) 副程式 DIVPAG 與前面所解得之流場（ $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ ）可以得其數值解。

當微粒於配水管中且其解 $x_p$ 大於 $L/R$ （ $L$ 為管長）時表示微粒可能穿過某一段配水管而流出，當 $r_p (= \sqrt{y_p^2 + z_p^2})$ 大於1則表示沉澱於管壁上。然若微粒在孔穴內時，且 $x_p \geq x_{cave}$ 或 $x_p \leq x_{cavi}$ 或 $r_p \geq d_{cav}$ 時，表示於孔穴內發生沈澱，其中 $x_{cave}$ 為孔穴出口之軸向位置， $x_{cavi}$ 為孔穴入口之軸向位置， $d_{cav}$ 為孔穴之深度。

#### 四、微粒之沈澱效率

對一定長度的配水管而言，在入口端截面上的某些點，微粒運動軌跡恰好於水管出口處沈澱，這些點上的微粒所運動的軌跡稱為極限軌跡（limiting trajectory），而這些點在入口端截面上所連接形成一弧形。為了計算微粒於水管中的沈澱效率，必須先求水管出入口端各個不同位置的極限軌跡。這些不同位置所形成之曲線，將入口端之截面分成兩區。假設微粒以隨機分布進入水管入口端，則沈澱效率定義為曲線下方面積（斜線部分）對總面積之比值（Josef, 1972），如圖5所示。

### 肆、結果與討論

## 一、模式之驗證

由於本研究發展之模式結合了流體動量傳輸與微粒運動，在文獻中還未發現類似之研究，因此首先利用文獻中流場驗證流體動量傳輸，然後利用文獻中靜止流體中微粒軌跡驗證微粒運動，最後再考慮同時作用下，各項重要參數對微粒在管線中傳輸的影響。

### 1、直管流場之驗證

表1為流體達到完全發展後，不同流體之雷諾數所解得之達到完全發展的長度、軸向速度分布及壓力降與 Schlichting(1979)之理論值相比較。由結果顯示本研究所得之數值解與 Schlichting 之解析解有相當好的一致性。

### 2、對稱性孔穴流場之驗證

孔穴流流場的解析，有助於瞭解孔穴內之循環流態對微粒捕捉沈澱的影響。在解對稱性孔穴流流場時，所採用的是以流線函數( $\psi$ )及渦度( $\omega$ )來表示之 Navier-Stokes 方程式。這使得在驗證孔穴流流場的解法之正確性時，需選取文獻中採用圓柱座標的圓柱形孔穴流為驗證對象。Duda 和 Vrentas (1971)，在研究蠕動流時微血管內連續兩血球細胞間的孔穴流問題，所研究的即為圓柱形孔穴流，此種孔穴流可作為驗證本研究之孔穴流流場之用。

孔穴流流場受流體雷諾數與幾何形狀的影響，一般對於孔穴流的幾何特性通常以形狀比 (aspect ratio,  $\beta$ ) 來表示，其定義為孔穴寬度 (軸向) 與圓管半徑的比值。

圖6為蠕動流時， $\beta=0.5$ 的圓柱形孔穴，屬於較深的孔穴。圖6(a)為 Duda and Vrentas (1971)之解析解，而(b)為本研究所得之數值解。孔穴內有兩個漩渦形成，在底部的漩渦由於受到上面漩渦的擠壓，因此形狀較扁。在孔穴頂部受到向左的管壁速度，使得上面的漩渦其流向為逆時針方向。但對底部的漩渦而言，由於受到上面漩渦 $\psi=0$ 之流線向右的速度之影響，使底部漩渦的流向變為順時針方向。圖7為蠕動流時， $\beta=1.0$ 的圓柱形孔穴，僅有一個主漩渦占滿整個孔穴。因蠕動流時，流體雷諾數很小，此時黏滯力主導著流動行為，流線幾乎為對稱形狀。圖8為蠕動流時， $\beta=5$ 的圓柱形孔穴，屬於一種較寬的孔穴。此時圓柱形孔穴中心的流線幾乎平行於較長的管壁。由圖6、7與8可以看出，本研究在蠕動流時，所解得之數值解與文獻中的解析解有非常好的一致性。

前述的孔穴流是在孔穴頂端速度很小時，亦即蠕動流時的流線分布。但孔穴頂端的速度不在蠕動流狀態時，其流線函數分布有顯著的變化。Vardy et al.(1972)解出不同流體雷諾數下圓柱形孔穴流的流場，其所得的解可作為孔穴流流場在不同流體雷諾數時的驗證。

圖9之(a)及(b)為流體雷諾數  $Re$  等於1時， $\beta=1$ 的孔穴流流場。由於雷諾數不大，所以整個流線大致還呈現對稱形狀。圖10之(a)及(b)為雷諾數  $Re$  等於100時， $\beta=1$ 的孔穴流流場，由圖看出當流體雷諾數逐漸變大時，由於慣性力增加，使得渦流的中心有逐漸往下游移動的趨勢。當流體雷諾數高達500時，慣性力明顯增加，而使得流線對稱性不再，渦流中心往下游移動，即右邊位移。由圖11之(a)及(b)可看出，雷諾數500時的流線已明顯比低雷諾數時不具對稱性，且渦流中心更往下游位移。由圖9、10、11亦可以看出，本研究在流體雷諾數較大時，所解得之數值解與文獻中的解析解有非常好的一致性。

### 3、微粒運動軌跡之驗證

由於文獻中缺少描述單一微粒於圓管中運動軌跡的實驗或理論資料，所以只能採用靜止流體中，一顆微粒之沈澱速率或位移來驗證模式的正確性。

Clift et al.(1978)指出，微粒於流體中運動受到 Stokes 黏滯力、重力、浮力、附加質量及 Basset 力的影響。圖12為一密度  $2.6 \text{ g/cm}^3$  的微粒於靜止水中的沈澱速度或位移對時間的關係。其中圖(a)為 Clift et al 所解的，而圖(b)為本研究之數值解。

圖12中 $W_s$ 為無因次化速度，乃微粒瞬間速度對Stokes流之穩定速度的比值。 $MD/Re\tau_s$ 為無因次化位移，而 $\tau$ 為無因次化時間。虛線為僅考慮浮力、重力及Stokes黏滯力時，無因次化速度與位移對時間之關係圖。而點線為除了考慮前述三種作用力外，也考慮了附加質量之影響。實線部分則表示將Basset作用力一併考慮時之影響。

由圖12可以看出，附加質量與Basset兩項因素，使得沈澱速度與位移均較僅考慮浮力、重力及Stokes黏滯力時為小。當所有的作用力均考慮時，沈澱速度與位移明顯的減少很多。因此，微粒在水中的運動方程不可以忽略附加質量與Basset力之影響。從圖12(a)與(b)兩者的比較可以看出，本研究中所採用的電腦模擬程式所解的沈澱速度及位移與文獻資料相較有很好的 consistency。

## 二、微粒於直管運動軌跡之靈敏度分析

由微粒運動軌跡方程式(9)至(11)知，流體雷諾數、微粒大小和不同入口位置對微粒的傳輸皆有影響。本節將對其靈敏度作分析。

### 1、不同流體雷諾數

圖13為密度 $1.2\text{g/cm}^3$ 、粒徑 $40\mu\text{m}$ 的微粒，管徑 $10.795\text{cm}$ ，於不同流體雷諾數時，改變流速其沈澱位置對雷諾數的關係圖。當流體雷諾數低時，微粒受到水流之作用力較小，使得微粒在距離入口位置不遠處即沈澱。當流體雷諾數逐漸增大時，微粒受到水流之作用力漸增，微粒的沈澱位置也漸漸的移向下游處。由此可知，在高流體雷諾數時，微粒在配水管中隨水流流到較遠處，可能流出配水系統。若為生物性的微粒時，則可減少沈澱於管壁而形成生物膜的機會，避免對水質安全造成威脅。

### 2、微粒粒徑

配水管中，不同粒徑大小的微粒所受的淨力不同，使得微粒在配水管中的沈澱位置亦不相同。此外微粒的密度決定了微粒運動向上運動(密度 $<1$ )或是向下運動(密度 $>1$ )。

圖14為在相同的流體雷諾數時，不同密度與粒徑的微粒於配水管中運動的情形。圖中虛線為密度 $0.9\text{g/cm}^3$ 的微粒之沈澱軌跡，由於密度小於水，使得微粒運動軌跡向上(上浮)，粒徑較大的微粒，由於所受的浮力較大，於入口端下游不遠處即向上沈澱。粒徑較小的微粒，所受的浮力較小，所以在入口端下游較遠處才向上沈澱。而實線為密度 $1.20\text{g/cm}^3$ 的微粒之運動軌跡，由於密度大於水，使得微粒運動軌跡向下(下沉)，粒徑較大的微粒，所受的重力較大，於入口端下游不遠處即向下沈澱。粒徑較小的微粒，所受的重力較小，所以在入口端下游較遠處才向下沈澱。由此可知：粒徑較大的微粒較易沈澱於配水管中，而粒徑較小的微粒則可能隨水流沈澱於距離入口端較遠處，或者流出配水管直接由用戶水龍頭流出。

### 3、入口位置

配水管中的微粒，可能由不同的入口位置進入配水管。因此就相同流體雷諾數、相同粒徑且密度大於1的微粒而言，若微粒在入口截面的位置較高，則微粒流至較遠的下游處才沈澱，但若微粒在入口截面的位置較低，則微粒流至不遠的下游處即沈澱。

圖15為流體雷諾數等於2000時，不同微粒入口截面的位置，所造成運動軌跡之差異。由圖中可以看出，當 $r_p=0.80$ (最高位置)時，微粒有最遠的沈澱位置( $x>200$ )。由此可知，配水管中流體雷諾數、微粒粒徑、微粒密度、入口截面位置等因素均會影響微粒在配水管中的沈澱位置。

## 三、孔穴流流場之靈敏度分析

### 1、流體雷諾數

當自來水流經配水管接頭時，接頭內之環形空間與直管交界處的軸向速度 $u_{xc}$ 之剪力作用，使得環形空間內的流體形成渦流，這種現象稱為剪力趨動孔穴流(shear force driving cavity flow)，對於孔穴內的污染物之清除有很重要的影響。

圖16為流體雷諾數 $Re=400$ ，孔穴流雷諾數 $Rec=0.288$ ，寬深比 $\alpha=1$ 時，於 $x=200$ 處的速度與流線分布之情形。圖16(a)中實線代表速度分布，虛線則用以區分速度大小，直管部分代表無因次化軸向速度2，孔穴部分則代表0.05。由圖中可以看出，孔穴上半部為一直管，其軸向速度分布達到完全發展流。而下面的對稱性孔穴部分，由於受到直管與孔穴交界處的軸向速度的剪力作用之影響，使得孔穴內部在靠近交界處的軸向速度分布較大，且其方向為順著直管水流之方向，亦即向右。至於，孔穴下半部的軸向速度其方向向左，靠近中央有較大的速度分布。圖16(b)為孔穴流中徑向速度分布的情形，孔穴流的右邊其徑向速度向下，而左邊其徑向速度向上。縱合孔穴流軸向速度分布與徑向速度分布可以發現到孔穴流為一循環流態。

圖16(c)為流線函數的分布，在孔穴上方的直管部分的流線函數有向上彎曲的現象，在經過孔穴之後又恢復直線形。

由於孔穴的雷諾數不大( $Rec=0.288$ )，使得孔穴內的漩渦大致呈現對稱的形狀，由軸向速度分布與徑向速度分布，可以看出孔穴內渦流其流動方向為順時針方向旋轉。但在孔穴底部的兩個角落速度分布卻相當的低。

圖17則分別為流體雷諾數2000( $Rec=1.683$ )時，軸向速度分布、徑向速度分布與流線函數分布的情形。由於孔穴雷諾數相差不大，所以其分布情況大致與流體雷諾數400時相類似。

## 2、孔穴寬深比

對同一直管管徑而言，孔穴流流場除受流體雷諾數影響外，並受孔穴寬深比 $\alpha$ 的影響。當 $\alpha=2$ 時，此時的孔穴為一種較淺的孔穴。圖18與19則分別為流體雷諾數 $Re=400$ ( $Rec=0.241$ )與2000( $Rec=1.427$ )時的流場。由圖可知，此兩者流線函數分布情況相類似，孔穴內的漩渦呈扁平型，而孔穴上方直管部分的流線函數的分布則同樣發生向上彎曲又恢復直線的情形。

當寬深比 $\alpha=0.5$ 時，孔穴屬於一種較深的孔穴。孔穴上方的主漩渦將下方的第二漩渦擠壓成扁平形狀，主漩渦的旋轉方向為順時針方向，而第二漩渦之旋轉則為逆時針方向。圖20及21，分別為流體雷諾數 $Re=400$ ( $Rec=0.296$ )及2000( $Rec=1.720$ )時的流場，由圖可知，此兩者流線函數分布情況相類似。

由於孔穴與直管交界處的速度分布不大，雖然流體雷諾數由 $Re=400$ 增加到2000時，但孔穴流的雷諾數始終變化不大，這使得孔穴內的漩渦呈現對稱的形狀，而且沒有漩渦中心偏移的現象。

## 四、直管與孔穴內微粒之運動軌跡

由文獻回顧可知管線內之環形空間(對稱性孔穴)，為細菌提供了一處保護與棲息的空間。本節希望由微粒的運動軌跡，來探討對稱性孔穴內的循環流態對微粒沈澱之影響。

圖22表示 $Re=400$ ， $Rec=0.288$ ， $\alpha=1.0$ 時，直管與對稱性孔穴內微粒之運動軌跡。由圖可看出微粒運動軌跡(1)在孔穴前即沈澱，軌跡(2)掉入孔穴內，在孔穴內由於受到循環流態之作用，使軌跡彎曲而沈澱。由軌跡(3)明顯看出，受到孔穴底部向左的軸向速度的作用，軌跡(3)在孔穴底部轉向左邊。由於孔穴右上角為一分流區，使得軌跡(4)的微粒在此處作漩渦狀的運動後沈澱。軌跡(5)，則表示微粒在孔穴下游處沈澱。軌跡(6)表示微粒在更下游處才沈澱。由圖上可看出軌跡在孔穴上方的直管發生彎曲的現象，主要是因流場在此發生改變的

原因。由軌跡(2)、(3)及(4)可看出，一旦生物性微粒(細菌等)掉入則無法跳出孔穴的循環流態，並在孔穴內繁衍與增殖，造成對水質安全的威脅。

## 五、沈澱效率

對某一固定長度的一段配水管而言，有些微粒在此段管長內就沈澱，但有些微粒則流過這段管長。圖23，為管徑=10.16公分，管長=508公分，在流體雷諾數 $Re=800$ 及 $2000$ 時之微粒沈澱效率與Stokes數之關係。由圖可看出，Stokes數愈大，沈澱效率較大，此乃因慣性力增加的原故。對同一Stokes數之微粒，於低流體雷諾數時，沈澱效率較大，此乃因微粒在低雷諾數之流體下，其在管中之停留時間也愈久。

## 伍、模式之應用

本研究之模式除可預估微粒於配水管線中可能的沈澱位置與沈澱效率外，研究所解得之直管與對稱性孔穴流的流場，將來可以代入消毒劑質傳模式、生物膜質傳模式等，對配水系統水質模式有很大之幫助。因此模式擴展後仍有很大之用途。

餘氯乃世界各國公認之研究輸水系統水質污染之最好依據(Allen, 1980)。自來水在到達用戶前的水質優劣受水中餘氯濃度影響甚大，餘氯在自來水送達消費者前必需維持足以確保水質安全的濃度以上，因此研究餘氯在輸送管中之消耗速率並預估餘氯濃度乃必要之研究。

餘氯在輸送管中之消耗源有兩個，一為在自來水中被氧化物(如水中之鐵錳離子及硫化氫等)及有機物(如有機氯等)所消耗；一為在輸送管管壁中因與管材起化學變化或經由管壁生物膜之消耗，以往之餘氯濃度研究多只考慮到自來水本身之消耗，忽略了餘氯也受管壁之消耗。

將本研究解得之直管與對稱性孔穴流的流場，代入消毒劑質傳模式，則可預估餘氯在輸送管中之消耗，進而決定淨水廠之最適加氯量與配水系統中氯的注射(injection)位置與用藥量。這種餘氯消耗模式可與自來水管線資訊系統結合，可提供自來水水質管理決策之參考依據。

配水管接頭內的對稱性孔穴，一旦有細菌(生物性微粒)掉入，受到孔穴內部的循環流態之影響，造成微粒沈澱不易去除的困擾，再加上直管中之消毒劑不易傳輸到孔穴中，使得細菌在其中繼續生存並增殖，造成對自來水水質的威脅，將本研究解得之直管與對稱性孔穴流的流場，代入生物膜質傳模式再結合消毒劑質傳模式等，將可預估微生物在配水管接頭內滋生情況，進而採取必要的方法防止這種現象對水質安全之威脅。

鉛化合物對人體骨骼具有累積之毒害，但人對鉛毒之忍受性因體質而異，但日積月累終將呈現中毒現象。Hudson et al. (1985)，指出美國康乃狄克州有許多社區，家庭自來水中之鉛含量超過美國EPA所公告的標準 $0.05\text{mg/L}$ 。經調查發現這些鉛是由家庭水管接頭焊接處所含之鉛而來，並非由給水廠而來。將本研究解得之直管與對稱性孔穴流的流場，結合電化學腐蝕原理、孔穴內之質傳現象(Higdon, 1985)，可預估鉛離子之溶出量，進而決定採行之對策。

## 陸、結論

本研究主要在以理論的方式探討配水管管末端地區之流場分佈與微粒的傳輸現象、沈澱特性及管線接頭所形成之對稱性孔穴流對微粒捕抓與沈澱之影響。

本研究同時結合了流體動量傳輸與微粒運動方程式，建立一可預估微粒於配水管線中可能的沈澱位置與沈澱效率之數學模式。由於文獻中缺少類似的研究，因此直管流場方面利用Schilting (1979)之理論值來驗證。圓柱型孔穴流流場在蠕動流以Duda and Vrentas. (1971)之解

析解來驗證，在較高流體雷諾數時，則以 Vardy et al. (1972) 之數值解來驗證。微粒運動方程式以 Clift et al. (1978) 所解析靜止流體微粒運動軌跡相驗證。結果發現本研究所解得之數值解皆與文獻值相吻合。

模式經過驗證後，一些重要參數對模式的影響由靈敏度分析求得。依據本研究之結果可以得到下列數點結論：

(1) 對較高流速(高流體雷諾數)而言，微粒在配水管中隨水流流到較遠，可能流出配水系統。

(2) 粒徑較大之微粒較易沈澱於配水管中，而粒徑較小之微粒則可能隨水流之流動，而沈澱於下游較遠處。

(3) 對於微粒密度大於 1 的微粒而言，入口截面的位置較高時，微粒沈澱位置較遠。

(4) 配水管接頭所形成之對稱性孔穴內之循環流態，假始微粒掉入孔穴中，滯留時間便無窮大，造成對水質安全之威脅。

(5) 就同一管長與管徑而言。Stokes 數愈大，沈澱效率較大，此乃因慣性力增加的原故。對同一 Stokes 數之微粒，於低流體雷諾數時，沈澱效率較大，此乃因微粒在低雷諾數之流體下，其在管中之停留時間也愈大。

## 柒、參考文獻

1. Atlas D. et al.,(1982) "The corrosion of copper by chlorinated drinking waters", Water Research, vol 16, pp.693.
2. Allen M. T., Taylor R.H. and Geldreich E.E.(1980) "The Occurrence of Microorganisms in Water Main Encrustations", J.AWWA, Vol. 72, No.11, pp.614-625.
3. Biswas P., Lu C. and Clark R.M.(1993) "A model for chlorine concentration decay in pipes", Water Resource, Vol.27, No.12, pp.1715-1724.
4. Butler and H.C.K. Ison (1966) "Corrosion and its prevention in waters", Leonard Hill, London.
5. Burggraf O.R. (1966) "Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows", J.Fluid Mech., Vol.24, pp.113-151.
6. Camper A.K., S.C.Broadaway, M.W.Le Chevallier, and G.A. Mc Feters,(1987) "Operational variables and the release of colonized granular activated carbon particles in drinking water", J.AWWA, Vol.79, No.5, pp.70.
7. Costello James J.(1984) "Postprecipitation in distribution system", J.AWWA, Vol.26, No.6, pp.47-49.
8. Duda J.L. and Vrentas J.S. (1971) "Steady flow in the region of closed streamlines in a cylindrical cavity", J.Fluid Mech., Vol.45, pp.247-260.
9. Higdon Jonathan J.L., (1985) "Stoke flow in arbitrary two-dimensional domains:shear flow over ridges and cavities", J.Fluid Mech., Vol.159, pp.195-226.
10. Hutchinson M., (1971) "The disinfection of new water mains", Chemistry and Industry, Vol.139.
11. Joseph Pich (1973) "Theory of gravitational deposition of particles from laminar flows in channels", Aerosol Science, Vol.3, pp.351-361.
12. Kawamura Susumu (1991) "Integrated design of water treatment facilities", John Wiley and Sons, Inc.
13. Lu, C.S. (1991) "Theoretical study of particle, chemical and microbial transport in drinking water distribution systems", Ph.D. Dissertation.

14. Lu C., Biswas P. and Clark R.M. (1993). " Modeling of breakpoint reaction in drinking water distribution pipes", *Environmenta Int.* Vol.19, No. 6, pp.543-560.
15. Lu C., Biswas P. and Clark R.M. (1995). " Simulations trasport of ssubstrates, disinfectants and microorganics in water pipes ", *Wat.Res.*, Vol.29, No.3, pp.881-894.
16. Flagan Richard C. and John H.Seinfeld. (1982)" Fundamentals of air pollution engineering", Prentice Hall.
17. Schlichting. H. (1979) "Boundary layer theory". 7 ed., McGraw-Hill., New York.
18. Seinfeld John H.(1986) " Atomospheric chemistry and physics of air pollution",Wiley,New York.
19. Tchen,C.M.(1947) " Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a trubulent fluid",Ph.D.thesis,Delft.
20. Vardy A.E., Bloor M.I.G. and Fox J.A.(1972) " Capsular flow in pipelines", *J.Fluid Mech.*, Vol.56, pp.49-59
21. 中華民國82年，環境保護年鑑，環保署。
22. 1994，中華民國，台灣地區，環境保護統計年報，環保署。
23. 林志銘、秋金火、陳獻，"管路水錘現象模擬"，第二屆給水工程技術研討會，pp.56-75，1985。
24. 藍柄樟，"配水管網之最佳流量分配"，第一屆給水技術研討會，pp.306-345，1984。
25. 朱健行，"自來水管線資訊系統規劃之探討"，第八屆自來水研討會論文集，pp.127，1991。

## 誌謝

感謝國科會提供本研究計畫經費，計畫編號NSC 85-2211-E005-023。

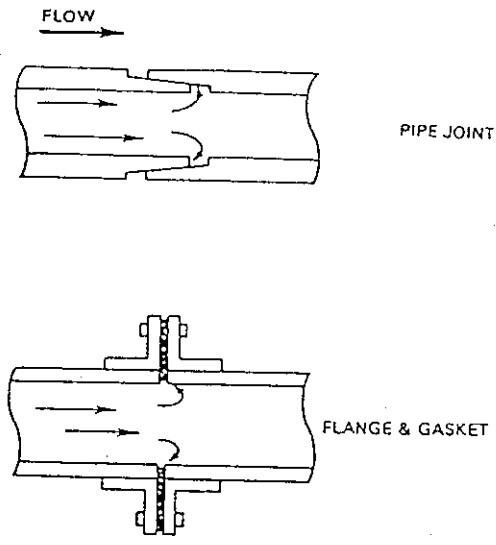


圖 1 配水管接頭所形成之對稱性孔穴 (Galowin, 1989)

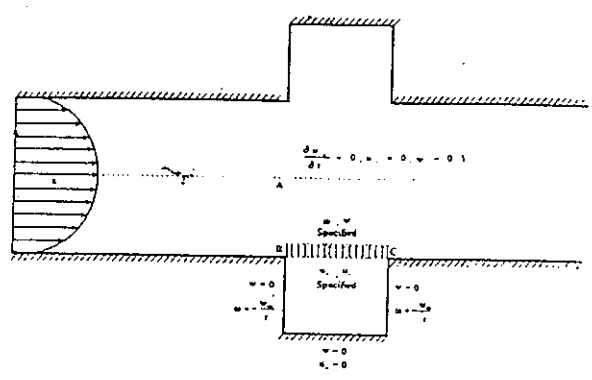


圖 3 解對稱性孔穴流場的概要圖與邊界條件

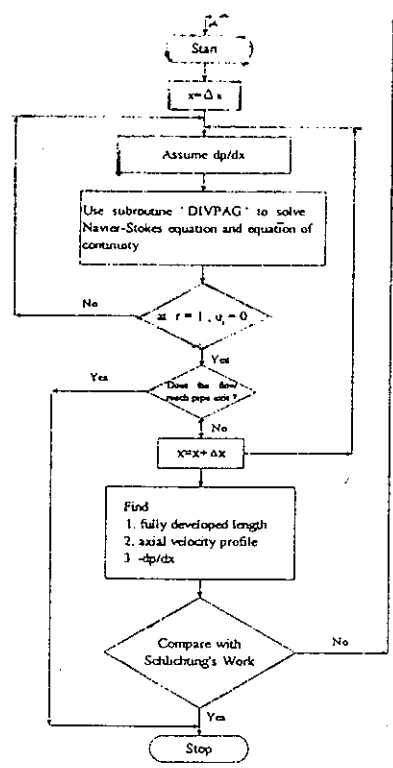


圖 2 解直管流場之流程圖

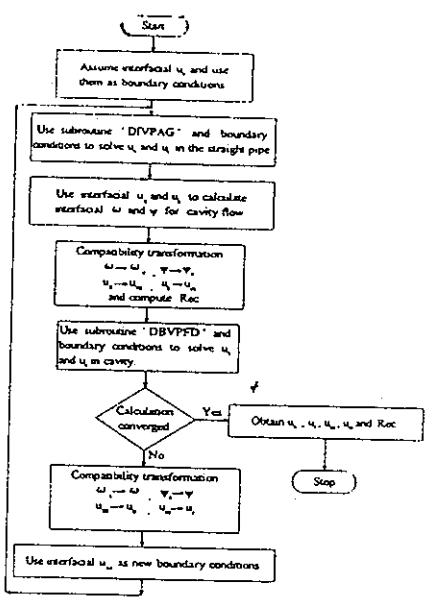


圖 4 解直管與對稱性孔穴流場之流程圖

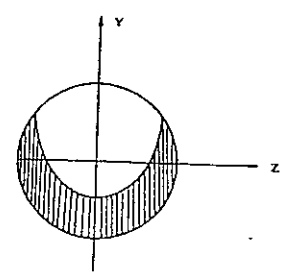


圖 5 配水管入口處管截面座標系統，圓柱下方斜線標分之面積對總面積之比為紊流強度。

表 1 直管中完全發展流之數值解與解析解的比較

Reynold Number, Re	200	250	500	800	1000	2000
Fully developed length :						
Schlichting	16.0	20.0	40.0	64.0	80.0	160.0
This Work	16.0	19.9	40.1	64.1	80.1	160.0
Axial velocity at $r=0$ :						
Schlichting	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
This Work	1.97	1.97	1.98	1.98	1.99	1.99
$-dp/dx$						
Schlichting	0.08	0.064	0.033	0.020	0.016	0.008
This Work	0.08	0.064	0.032	0.020	0.016	0.008

Schlichting's work  
 Fully developed length =  $0.08 Re$   
 Axial velocity profile =  $2(1-r^2)$   
 $-dp/dx = -16/Re$

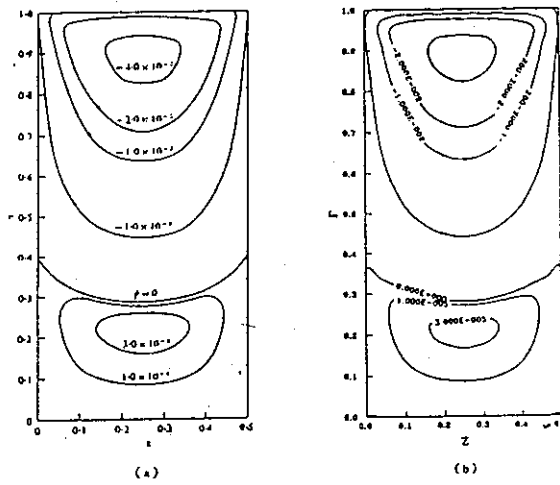


圖 6 環動流時， $\beta=0.5$  的圓柱形孔穴之流線函數比較。  
 (a) : Duda and Vrentas (1971) (b) : 本研究。

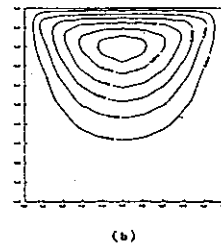
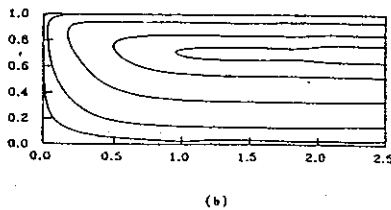
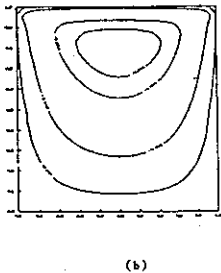
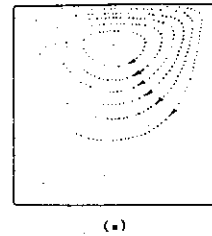
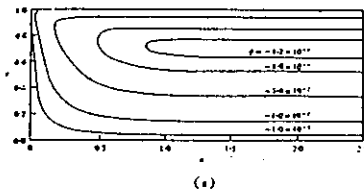
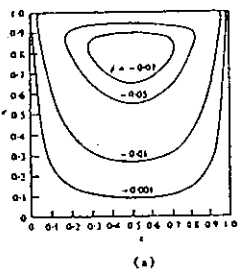
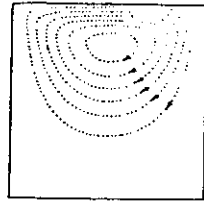


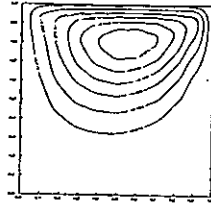
圖 7 環動流時， $\beta=1.0$  的圓柱形孔穴之流線函數比較。  
 (a) : Duda and Vrentas (1971) (b) : 本研究。

圖 8 環動流時， $\beta=5.0$  的圓柱形孔穴之流線函數比較。  
 (a) : Duda and Vrentas (1971) (b) : 本研究。

圖 9  $Re=1$ ， $\beta=1.0$  的圓柱形孔穴之流線函數比較。  
 (a) : Vardy et al (1972) (b) : 本研究。

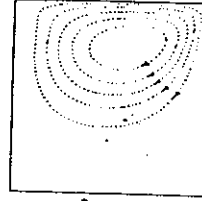


(a)

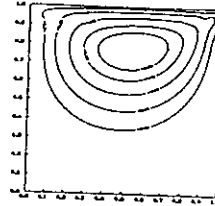


(b)

圖 10.  $Re=100$ ,  $\beta=1.0$  的圓形孔穴之流線函數比較。  
(a) : Vardy et al. (1972) (b) : 本研究。

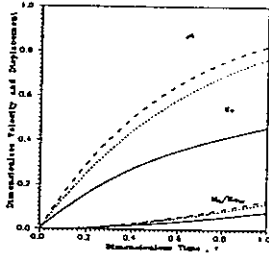


(a)

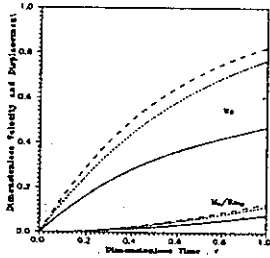


(b)

圖 11.  $Re=500$ ,  $\beta=1.0$  的圓形孔穴之流線函數比較。  
(a) : Vardy et al. (1972) (b) : 本研究。



(a)



(b)

圖 12. 密度  $2.65 \text{ g/cm}^3$  之顆粒在微動流，由靜止而自由加速時沉澱速度與位移對時間的關係。(a) : Cliff et al. (1978) (b) : 本研究。

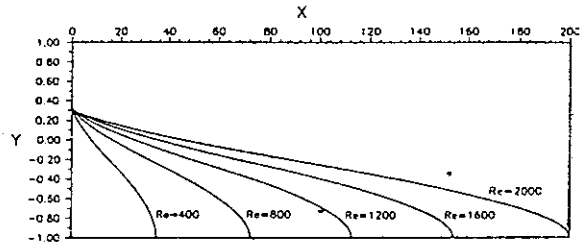


圖 13. 顆粒性的位置  $\eta_0=0.3185$ ,  $dp=40 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p=1.2 \text{ g/cm}^3$  不同  $Re$  時，直管中顆粒之運動軌跡。

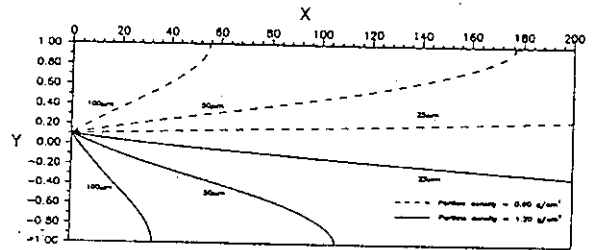


圖 14.  $Re=2000$ ，顆粒性的位置  $\eta_0=0.1$ ，不同顆粒性之密度時，直管中顆粒之運動軌跡。

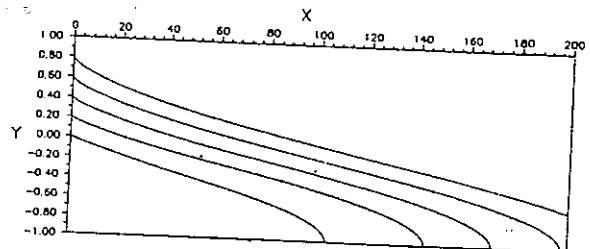


圖 15.  $Re=2000$ ,  $dp=40 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p=1.2 \text{ g/cm}^3$ ，不同顆粒性之位置時，直管中顆粒之運動軌跡。

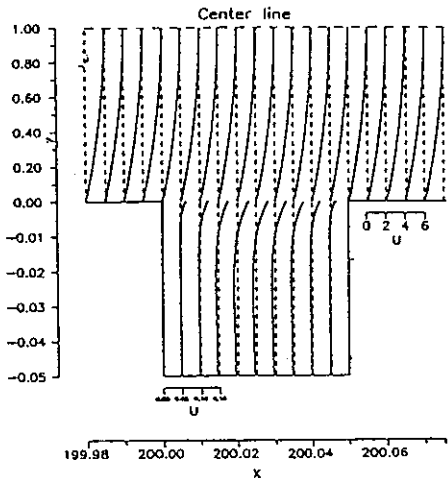


图 16 (a)  $Re=400$ ,  $Rec=0.288$ ,  $\alpha=1$  时, 直管  
内对磁性孔穴内轴向速度分布之情形。

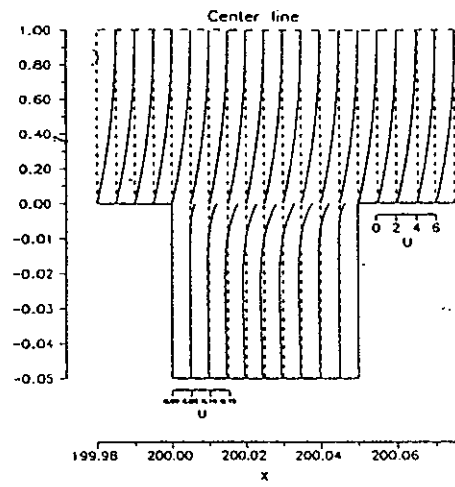


图 17 (a)  $Re=2000$ ,  $Rec=1.683$ ,  $\alpha=1$  时, 直  
管内对磁性孔穴内轴向速度分布之情形。

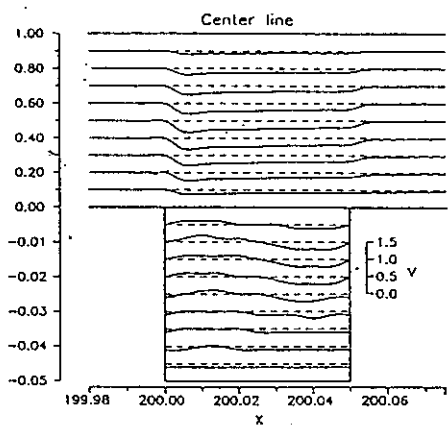


图 16 (b)  $Re=400$ ,  $Rec=0.288$ ,  $\alpha=1$  时, 直管  
内对磁性孔穴内轴向速度分布之情形。

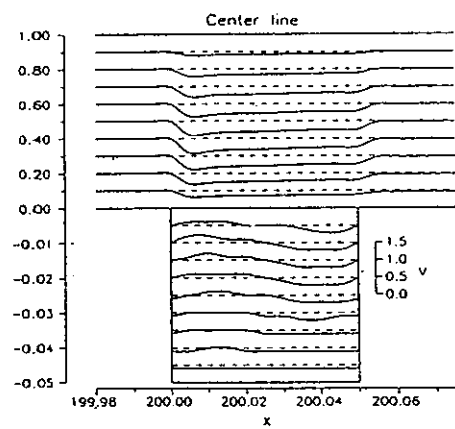


图 17 (b)  $Re=2000$ ,  $Rec=1.683$ ,  $\alpha=1$  时, 直  
管内对磁性孔穴内轴向速度分布之情形。

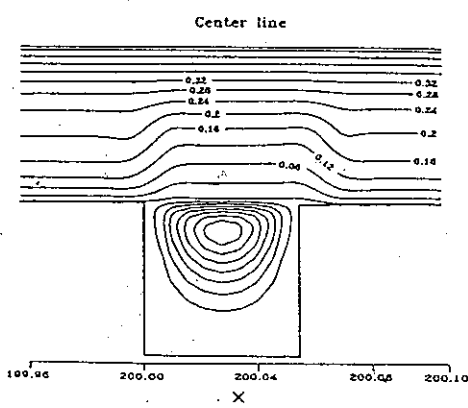


图 16 (c)  $Re=400$ ,  $Rec=0.288$ ,  $\alpha=1$  时, 直管  
内对磁性孔穴内流函数分布之情形。

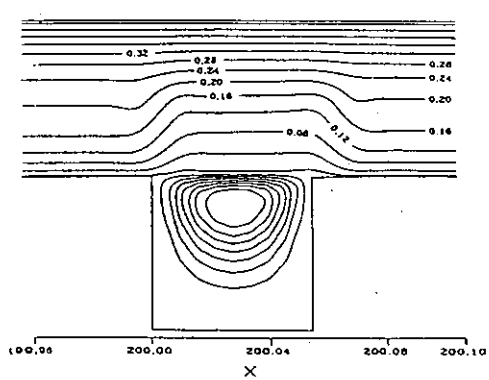


图 17 (c)  $Re=2000$ ,  $Rec=1.683$ ,  $\alpha=1$  时, 直  
管内对磁性孔穴内流函数分布之情形。

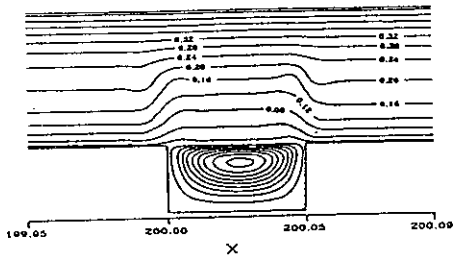


圖 18  $Re=400$ ,  $Rec=0.241$ ,  $\alpha=2$  時，直管內  
射流性孔穴內流場函數分布之情形。

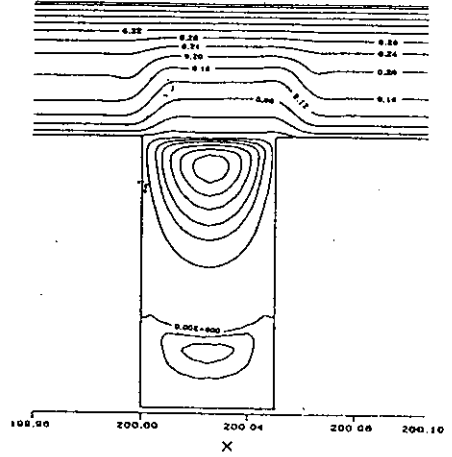


圖 21  $Re=2000$ ,  $Rec=1.720$ ,  $\alpha=0.5$  時，直管內  
射流性孔穴內流場函數分布之情形。

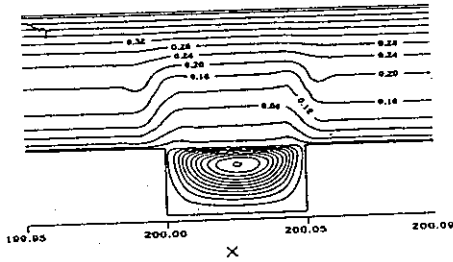


圖 19  $Re=2000$ ,  $Rec=1.427$ ,  $\alpha=2$  時，直管內  
射流性孔穴內流場函數分布之情形。

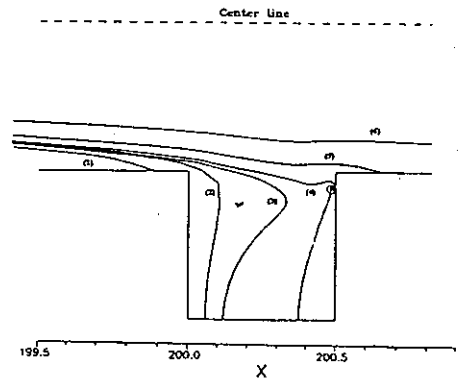


圖 22  $Re=400$ ,  $Rec=0.288$ ,  $\alpha=1.0$  時，直管內  
射流性孔穴內流線之運動軌跡。

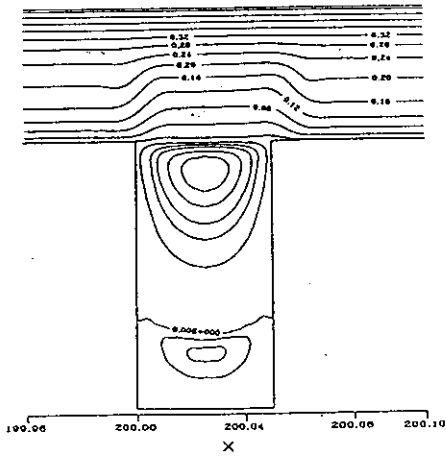


圖 20  $Re=400$ ,  $Rec=0.296$ ,  $\alpha=0.5$  時，直管內  
射流性孔穴內流場函數分布之情形。

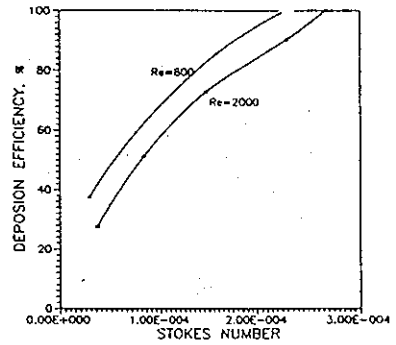


圖 23  $Re=800$  及  $Re=2000$  時，沉澱效率與 Stokes  
數之關係圖。