

自來水長期需求預測與實務上應用

詹 連 終

臺灣省自來水股份有限公司

壹. 研究動機

自來水是民生必需品，臨渴掘井則緩不濟急，如何適時開發水源，辦理供水擴建工程，以滿足國計民生之需求，是台灣省自來水公司首要任務之一，在公司成立之始，即研訂長中程發展計劃，作為執行之方針，並歷經多次修訂，惟皆採歷年平均成長率推估未來成長，其預測能力較弱；雖於七十二年修訂三版之十年發展計劃中，應用統計迴歸分析預測自來水長期（十年）需求，惟因當時公司才成立九年，資料不夠長，因此預測結果僅供參考，未予採用，迄今公司已成立二十年，業已滿足理論上需有十五年以上之觀察期，引起本文研究動機。

貳. 研究目的

- 一. 藉迴歸分析來尋找與自來水需求有關的因素。
- 二. 將尋找出之因素，建立自來水長期需求預測模式，且經殘差分析，力求理論之完整。
- 三. 將此一分析研究報告，提供本公司決策階層作為釐訂研訂長中程發展計劃之參考。
- 四. 期盼落實主計三聯制統計產生歲計之功能。

參. 研究方法

統計預測之方法有：平均成長率法、判斷預測法、時間數列及迴歸分析等；平均成長率法及時間數列係由變數本身變化來觀察其未來

走向，其預測能力較弱，而判斷預測法因判斷者主觀因素介入，並不是很好的預測方法，故一般均以迴歸分析來作為主要預測工具，本文即採用該法，並運用統計電腦套裝軟體 SAS(Statistic Analysis System) 加以處理。

肆. 多元迴歸

多元迴歸分析在所有的統計工具中是最廣泛應用的一種，其在經濟、商學等方面之決策制定的應用非常重要。在簡單直線迴歸模型 $Y = \alpha + \beta X + \epsilon$ ，只以一個自變數來解釋因變數，但事實上影響該特定因變數常常不止有一個自變數，為了充分且正確地解釋或作預測，就有建立多元迴歸的必要。多元迴歸的意義與運算方法與簡單直線迴歸相似，每一自變數之值亦皆預先選取並予固定，例如 Y 取決於 X_1, X_2, \dots, X_k ，即 k 個自變數的第一階次模式為：

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \epsilon$$

模式中 Y 為觀測值， X_1, X_2, \dots, X_k 為自變數， $\alpha, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ 是迴歸母數， ϵ 是隨機誤差項。

伍. 自變數最佳組合的搜尋

在迴歸分析中最重要的是模式中自變數的決定，以下所研討幾種協助搜尋最佳自變數組合的方法，都須藉助於電腦才能求解。首先必須對研究的目的去探求與因變數有關的自變數，以便於迴歸分析的變數能合理的敘述，控制與預測因變數，顯然地，自變數一定會有很多，但有些變數可以刪除掉，例如：

- (1). 與因變數關係程度較低者。
- (2). 會產生較大的測量誤差者。
- (3). 與模式中的其他自變數意義重複者。

不能讓所有可能的自變數加入之原因為：

- (1). 模式中包含過多的自變數是一種浪費。
- (2). 若模式包含的自變數有限且適當，則易於分析與瞭解。
- (3). 若過多的剩餘變數具有高度的內在相關性，它們的存在對於模式的預測幫助不大，而且會減低模式的敘述能力及增加計算誤差。

選擇最佳自變數最佳組合有下列幾種方法：

- (甲). 所有可能迴歸法 (All Possible Regressions)。
- (乙). 逐步迴歸法 (Stepwise Regressions)。
- (丙). 前進選取法 (Forward Selection)。
- (丁). 後退消去法 (Backward Elimination)。

茲就本文所應用之逐步迴歸法分述如下：

逐步迴歸搜尋方法是被廣泛應用的一種，它不必對所有可能的迴歸做計算，即可求得最佳自變數組合，是一種既經計又方便的方法。逐步迴歸的基本概念是計算一序列的迴歸方程，每次增加或減少一個自變數，並以誤差平方和的遞減、偏相關係數、或 F 統計量來選擇該變數是否應保留下來。其步驟：

- (1). 首先，逐步迴歸法是對 K 個可能自變數計算所有的簡單迴歸，然後用 F 統計量檢定方程的斜率 (迴歸係數) 是否為 0，即

$$F_k = \frac{MSR(X_k)}{MSE(X_k)}$$

若 F_k 值最大，表示該 X_k 可以引進各迴歸模式中，亦即 F_k 值大於顯著水準 α 時的 F_{α} 值時，應將該自變數 X_k 引進模式中，否則該自變數不應該引進模式內。

- (2). 然後逐步迴歸法再計算具有兩個自變數的所有迴歸。設 X_5 是經由步驟 (1) 的 F 檢定而引進迴歸模式的自變數, X_5 是一對 (兩個) 自變數中一個, 對每一個組合的迴歸應用 F 統計量為:

$$F_k = \frac{MSR (X_k | X_5)}{MSE (X_5, X_k)} = \left[\frac{b_k}{S (b_k)} \right]^2$$

此統計量用來檢定當 X_5 及 X_k 在迴歸模式中, β_k 是否為 0? 當 F_k 值大時, 表示自變數 X_k 應該引進模式中, 亦即 F_k 值大於顯著水準為 α 時 F_{α} 時, 迴歸模式中應該包含自變數 X_5 及 X_k , 否則停止進行分析。

- (3). 此步驟是檢定是否有任何其他已在迴歸中的自變數應該刪除。設 X_3 是經由步驟 (2) 的 F 檢定而引進迴歸模式的自變數, 在模式中的另一個自變數為 X_5 , 應用 F 統計量:

$$F_5 = \frac{MSR (X_5 | X_3)}{MSE (X_3, X_5)}$$

若 F_5 的值小, 則應該刪除該自變數, 亦即 F_5 值小於顯著水準為 α 時的 F_{α} , X_5 應該從模式中刪除, 否則應該予以保留。

- (4). X_5 如經過步驟 (3) 的 F 檢定, 確定應該保留, 則現在迴歸模式中已保留 X_5 即 X_3 兩個自變數。再繼續步驟 (2) 檢查其他自變數是否可以引進迴歸模式中, 接著再依步驟 (3) 檢查已包含在模式中的其他變數是否須要刪除。如此一直重複 (2) (3) 步驟, 直到無任何自變數能夠引進模式中或必須自模式中刪除時, 分析即可停止。

陸. 對迴歸模式假設之檢查 (殘差分析)

在迴歸模式建立程序中, 當自變數組合經過鑑別引進模式後, 對於此建立之模式, 是否合適, 尚須對當初基本模式之假設條件加以逐一

檢查，如不違反這些假設我們才能對所建立模型加以放心使用，其原因係在迴歸模式中：

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon_i$$

式中 ε_i 假設其為 $N(0, \sigma^2)$ ，即其具有獨立、變異齊一及常態性，然後根據此一假設，才能導出式中未知係數 β_i 之最小平方法估計量為最大可能機率估計，如違反此假設，則所求之迴歸式之係數將被置疑而不具有代表性，是故，吾人必須對模型假設逐一加以檢查，倘若違反此假設，則將會有誤差項之自我相關、變異數不均等性及非常態分佈出現，以下係對這幾個問題的探討：

(a). 自我相關

基本模型中對於不同誤差項目之間是假設互相獨立，但實務上，特別是時間數列資料，前後期的誤差項可能並不獨立，此即自我相關 (Autocorrelation)。自我相關所產生

之影響有四：

1. 傳統最小平方法所得的迴歸係數，仍為不偏估計量，但不再具有最小變異數性質，可能不具有效性。
2. 未解釋變異數 MSE 可能嚴重地低估誤差項的變異數。
3. 根據最小平方法求得的 $S(b_k)$ ，嚴重地低估迴歸係數的真實標準誤 $\sigma(b_k)$ 。
4. 信賴區間及使用 t 與 F 統計量作檢定，已經不適用了。

最簡單的自身相關模式為第一階次自身迴歸誤差模式 (First-order Autoregressive)，即

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \mu_t$$

式中母數 ρ 稱為自身相關母數 (Autocorrelation Parameter), 且 $-1 < \rho < +1$, μ_t 為 2 隨機誤差項, 是獨立常態分配 $N(0, \sigma)$ 。模式中的每一誤差項包含前期誤差項的部分, 加上新干擾項 μ_t 。當時間數列資料以迴歸分析方法進行時, 通常須先檢定誤差項是否具有自身相關, 其檢定方法稱為 Durbin-Watson, 此檢定法主要在檢定自身相關係數 ρ 是否為 0, 若 $\rho = 0$, 則 $\epsilon_t = \mu_t$, 因此 μ_t 是獨立項時, 誤差項 ϵ_t 亦是獨立的。

一般的假設建立為:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho > 0$$

依據最小平方法配合迴歸線和計算殘差, 可得統計量 D 為:

$$D = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

式中 $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$, n 為觀測值的個數。使用 Durbin-Watson (DW) 檢定有上界 d_u 和下界 d_L , 可以判斷 D 值是否超過界限而得到一適當的決策, 因此對假設檢定的決策法則為:

若 $D > d_u$, 則接受 H_0 , 即自身相關不存在。

若 $D < d_L$, 則拒絕 H_0 , 即有正的自身相關。

若 $d_L < D < d_u$, 此檢定無結論。

至當 $H_1 : \rho < 0$ 時之檢定, 本文未引用, 故從略。

如果檢定結果是有自我相關, 則可用累積接近法 (Iterative Approach) 處理, 首先要考慮變換因變數:

$$\begin{aligned}
Y'_t &= Y_t - \rho Y_{t-1} \\
&= (\alpha + \beta X_{1t} + \varepsilon_t) - \rho (\alpha + \beta X_{1,t-1} + \varepsilon_{t-1}) \\
&= \alpha (1 - \rho) + \beta (X_{1t} - \rho X_{1,t-1}) + (\varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1})
\end{aligned}$$

而 $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \mu_t$ ，即 $\varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1} = \mu_t$ ，因此

$$Y'_t = \alpha (1 - \rho) + \beta (X_{1t} - \rho X_{1,t-1}) + \mu_t$$

令 $X'_t = X_{1t} - \rho X_{1,t-1}$ ，而 μ_t 為獨立誤差項，則變換模式成為：

$$Y'_t = \alpha' + \beta' X'_{1t} + \mu_t$$

原始模式與變換模式之母數間的關係為：

$$\alpha = \frac{\alpha'}{1 - \rho}$$

$$\beta = \beta'$$

變換模式不能夠直接使用，因為 ρ 未知。但我們注意第一階次自身迴歸誤差程式：

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \mu_t$$

可以視為通過原點的迴歸， ε_t 為因變數， ε_{t-1} 為自變數， μ_t 為誤差項， ρ 是通過原點的直線斜率，因為 ε_t 和 ε_{t-1} 未知，可以使用一般最小平方法求得估計值 e_t 和 e_{t-1} ，然後求 ρ 的估計值 γ 為：

$$\gamma = \frac{\sum_{t=2}^n e_{t-1} e_t}{\sum_{t=2}^n e_{t-1}^2}$$

求得 γ 值後，即可獲得變換變數為：

$$Y'_t = Y_t - \gamma Y_{t-1}$$

$$X'_t = X_t - \gamma X_{t-1}$$

而後用最小平方法分析變換變數。

最後再使用 Durbin-Watson 檢定法檢定變換模式中的誤差項是否具有相關性，若檢定的結果為不具相關性，則分析與檢定程序至此終了，否則須從原始迴歸模式中的新殘差值重新估計母數 ρ （即求 γ ），然後再用 Durbin-Watson 檢定法檢定，如此重複處理，一直至確定檢定結果為不具相關性為止。

(b). 變異數不均等

基本模型中，對於誤差項的變異數，假設不論自變數為何，均為相等，但在實務上，可能並不相等，例如在消費函數中，所得水準較低的家庭，其消費支出數額之範圍通常要比高所得家庭者小，此即變異數不均等，此種現象通常是發生在橫斷面的資料。這種現象對於估計係數的不偏性及一致性並無影響，但是會加大變異數而影響效率性。

在殘差分析圖中可由 ϵ_i 與 Y_i 之分佈圖來觀察是否有變異數不均等，如圖呈喇叭型分佈則有變異數不均之情形，則應加以校正，否則則無變異數不均之情形，其校正方法本文未引用，故不贅述。

(c). 非常態分配

檢查誤差項是否為非常態分配，可由殘差值之分佈加以觀察，如係隨機則為常態，否則為非常態，另亦可由殘差機率分配圖來觀

察，如其圖形係成一直線，則為常態分佈，在 SAS中可用 UNIVERIATE畫 NORMAL 之機率分配。

如其誤差項為非常態分配則在迴歸係數檢定推論中將無法以 T或 F來作檢定，所以必須將其校正，其方法可將應變數取 LN轉換。

柒. 建立自來水長期需求預測模式

自來水需求可以區分為「公共給水」及「工業用水」兩種，影響此二種自來水之經濟變數自亦不同，茲以統計方法-逐步迴歸，選取最佳自變數組合及求出迴歸模式，並運用 REG程序迴歸分析，對迴歸模式假設加以檢查(殘差分析)，亦即自我相關檢定、等變異數檢定、常態分配檢定，如能通過，所建立之需求預測模式，方可放心使用，茲分述如下：

甲、公共給水

(一)、選取最佳自變數組合

一般而言「公共給水」的需求量與人口多寡、用水習慣暨水費支出佔國民所得、家庭消費支出之比例等，具有關係。

1. 供水區域人口數增加則自來水需求量必增，反之則減，統計檢定顯著，故納入預測模式中。
2. 用水習慣則以平均每人每日用水量表示之，統計檢定顯著，故納入預測模式中。另曾試以前期用水量表示，因其與因變數(公共給水)具有完全線性依存，故予剔除。
3. 每人負擔水費之能力，以平均每人每年水費佔國民所得、家庭消費支出百分比表示之。因該項比例甚低，因此對用水量影響甚微，統計檢定亦不顯著，故予剔除。詳請參見附表 1.2。

(二)、求出迴歸模式

由上所述,公共給水(Wa)係受供水區域人口數(X1)及平均每人每日用水量(X2)的影響,故將63至80年的資料,建立迴歸模式如下:

$$W_a = -784019 + 27.2972 X_1 (\text{供水區域人口數}) + 6320.8965 X_2 (\text{平均每人每日用水量}) \dots \dots \dots (1)$$

(1)式 $R^2 = 0.9988$ 係表示此方程式的解釋能力甚高,即用 X_1 (供水區域人口數)及 X_2 (平均每人每日用水量)來解釋「公共給水量」的多寡,可靠性高,詳請參見附表 1.2。

(三)、對迴歸模式假設加以檢查(殘差分析)-自我相關檢定、等變異數檢定、常態分配檢定。

檢定誤差項是否具有自身相關,其檢定方法稱為 Durbin-Watson, (1)式之迴歸模式經檢定結果 $DW = 1.252$ 介於 $DL = 1.05$ 及 $DU = 1.53$ 之間,無法判定其是否有自我相關存在,故另以 PLOT 繪製殘差與時間分佈圖(如表 1.3),可見其並未隨時間之增加而呈擴大趨勢,故無自我相關;等變異數的假定,由殘差與預測值之散佈圖(如表 1.4),知殘差值之分佈並未隨著預測值之增加而增加,故等變異數的假設成立;常態性的假常態性的假定,由 NORMAL PROBABILITY PLOT(如表 1.5)成一直線且 $W:NORMAL = 0.9502$ 知常態性的假設成立。

(四)、建立需求預測模式

(1)式之迴歸模式,通過殘差分析檢查,故(1)式即為所求之預測模式。

(五)、81-85年預測值

依據(1)式預測 81-85年預測值其過程如下:

1. 先求供水區域人口數

81至85年供水區域人口數(X1)之推估,採行政院經建會人力規劃處編印「中華民國臺灣地區民國79年至125年人口推計」之臺灣地區行政區域人口數中、低推計數,乘以供水區域人口數占臺灣地區行政區域人口數之平均數並考慮其成長率。詳請參見附表4.1。

2. 次求平均每人每日用水量

(1). 採63至80年的資料,將平均每人每日用水量(X2)與時間趨勢

(t)及(t²),建立迴歸模式如下:

$$X2 = 168.354167 + 3.733746 t + 0.05347 t^2 \dots\dots(2)$$

至(2)式之預測模式,其過程與(1)式相似,不再贅述,詳請參見表3.1-3.5。

(2). 依(2)式預測81-85年資料,再將口徑20公釐基本度數20度改按16度計算減少之售水量,對平均每人每日用水量之影響列入計算,詳請參見表4.2。

(六)、81-85會計年度之預測值

因採63至80年的資料做為觀察值,即預測值亦屬曆年制資料,必須運用季節指數換算為會計年度之預測值,詳請參見附表5.1。

乙、工業用水

「工業用水」的需求量則與工業區的開發及整體工業生產息息相關,並與工業生產所用電力等有關聯。

(一)、選取最佳自變數組合

1. 工業生產指數雖為整體工業生產發展的指標,惟因產業結構會隨著經濟發展而改變,譬如近年來服務業大幅成長,而製造業則成

長有限，因此之故，統計檢定不顯著，故予剔除。

2. 電力係製造業所使用之工業用電，其與「工業用水」具有密切關係，統計檢定顯著，故納入預測模式中。

詳請參見表 2.2。

(二)、求出迴歸模式

由上所述，工業用水 (W_i) 受工業用電 (P) 的影響，故將 63 至 80 年的資料，建立迴歸模式如下：

$$W_i = -19055.644 + 4.357 P \text{ (電力)} \dots\dots\dots (3)$$

詳請參見表 2.2。

(三)、對迴歸模式假設加以檢查(殘差分析)-自我相關檢定、等變異數檢定、常態分配檢定。

檢定誤差項是否具有自身相關，其檢定方法稱為 Durbin-Watson, (3) 式之迴歸模式經檢定結果 $DW=0.731 < DL = 1.16$ ，而知具有正的自我相關，必須另予處理直至無自我相關為止。

詳請參見表 2.3。

(四)、建立需求預測模式

因 (3) 式具有正的自我相關，經以累積接近法 (ITERATIVE APPROACH) 處理，變換因變數後而得預測模式：

$$W_i = -15793.226 + 4.28127 P \text{ (電力)} \dots\dots\dots (4)$$

其殘差分析， $DW=1.445 > DU=1.39$ ，故知無自我相關；至等變異數及常態性的假定，其檢定過程如同 (1) 式，不再贅述，皆通過檢定 (詳如表 2.4-2.9)。

(五)、81-85 年預測值

依據 (4) 式預測 81-85 年預測值，至於未來電力之估計數，可向臺

灣電力公司函索，詳請參見附表 2.10。

(六)、81-85會計年度之預測值

因採63至80年的資料做為觀察值，即預測值亦屬曆年制資料，必須運用季節指數換算為會計年度之預測值，詳請參見附表 5.2。

丙、本公司自來水長期需求預測

綜上所述本公司自來水長期需求預測模式為

$$W(\text{售水量}) = W_a(\text{公共給水}) + W_i(\text{工業用水})$$

經依該模式預測 81-85會計年度本公司自來水售水量需求預測值詳請參見附表 6。

捌、實務上應用

吾人常見許多同仁僅做出預測模式，並未求出預測值，亦未進一步應用在實務上；在實務應用上除建立自來水長期需求預測模式外，尚須考慮經營環境或業務有否重大變革，並求出各個自變數，再算出預測值；另因本文觀察期資料係採曆年制，必須將預測值曆年制資料轉換為會計年度；以配合本公司研訂長中程發展計劃及編製預算之所需，如此對實務上應用方有助益。

玖、結論與建議

自來水長期需求預測模式，經應用迴歸方法及殘差分析處理，由上所述暨 SAS 處理之結果表(表1.6 2.10)，可知其合乎統計理論且預測能力甚高，建請本公司採此預測模式預測未來自來水長期需求量，據此研擬長中程發展計畫，使事業的經營有明確具體之準繩而能符合其發展之原則；進而依據長中程發展計畫編列本公司年度預算，以落實主計三聯制統計產生歲計之功能。

拾. 參考文獻

- (1). 應用數理統計學 三民書局 顏月珠著。
- (2). APPLIED LINEAR REGRESSION MODELS 華泰書局 JOHN NETER、
WILLIAM WASSERMAN、MICHAEL H. KUTNER.
- (3). 如何建立迴歸模型 台灣省政府衛生處 曾添才。
- (4). 台灣地區貨物裝卸量預測模式 台灣省基隆港務局 陳俊亮。
- (5). 台灣省自來水股份有限公司十年發展計畫(七十二年修訂三版)
台灣省自來水股份有限公司編印。

附表

表 1.1 63-80年公共給水、供水區域人口數、平均每人每日用水量、平均每人每年水費佔國民所得、家庭消費支出百分比

年	Wa (千立方公尺)	X1 (千人)	X2 (公升)	X3 (%)	X4 (%)
63	184400	7833	122	0.16	0.36
64	246512	8603	127	0.20	0.46
65	278303	8993	126	0.20	0.47
66	314624	9708	128	0.24	0.58
67	380875	10348	140	0.22	0.51
68	437955	10814	148	0.24	0.55
69	474099	11427	149	0.25	0.57
70	532803	11951	157	0.23	0.53
71	609185	12583	168	0.25	0.59
72	673556	13211	176	0.25	0.60
73	715417	13482	178	0.23	0.56
74	773268	13782	186	0.25	0.60
75	837662	14013	196	0.21	0.56
76	902436	14305	206	0.21	0.56
77	982296	14574	217	0.21	0.55
78	1053375	14837	227	0.21	0.52
79	1132649	15114	237	0.21	0.51
80	1199553	15383	246	0.21	0.52

附註：Wa = 公共給水，X1 = 供水區域人口數，X2 = 平均每人每日用水量
 X3 = 平均每人每年水費佔國民所得支出百分比
 X4 = 平均每人每年水費佔家庭消費支出百分比

表 1.2 逐步迴歸分析

Stepwise Procedure for Dependent Variable Y

Step 1		Variable x2 Entered		R-square = 0.99488906	C(p) = 49.06810526	
	DF	Sum of Squares	Mean Square	F	Prob>F	
Regression	1	1712176850959.5	1712176850959.5	3114.54	0.0001	
Error	16	8795783796.9570	549736487.30981			
Total	17	1720972634756.5				

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	Type II Sum of Squares	F	Prob>F	
INTERCEP	-719789.2234439	25187.23821172	448956376575.03	816.68	0.0001	
x2	7876.57211933	141.13678650	1712176850959.5	3114.54	0.0001	

Bounds on condition number: 1, 1

Step 2 Variable x1 Entered R-square = 0.99879560 C(p) = 2.86210050

	DF	Sum of Squares	Mean Square	F	Prob>F
Regression	2	1718899894149.9	859449947074.95	6219.66	0.0001
Error	15	2072740606.5919	138182707.10613		
Total	17	1720972634756.5			

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	Type II Sum of Squares	F	Prob>F
INTERCEP	-784018.8056132	15628.68254869	347745818654.72	2516.57	0.0001
x1	27.29721410	3.91347194	6723043190.3651	48.65	0.0001
x2	6320.89654651	233.98573187	100839877677.16	729.76	0.0001

Bounds on condition number: 10.93451, 43.73802

All variables in the model are significant at the 0.0500 level.

No other variable met the 0.0500 significance level for entry into the model.

Summary of Stepwise Procedure for Dependent Variable Y

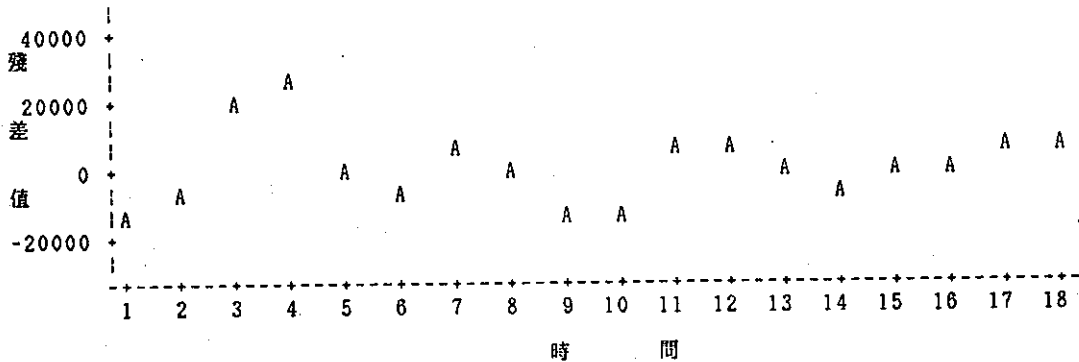
Step	Variable Entered	Variable Removed	Number In	Partial R**2	Model R**2	C(p)	F	Prob>F
1	B		1	0.9949	0.9949	49.0681	3114.5410	0.0001
2	A		2	0.0039	0.9988	2.8621	48.6533	0.0001

表 1.3 公共給水之殘差分析 - 自我相關

Durbin-Watson D 1.252
 (For Number of Obs.) 18
 1st Order Autocorrelation 0.290

SAS 14:10 Thursday, November 26, 1992

Plot of RESID*T. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.

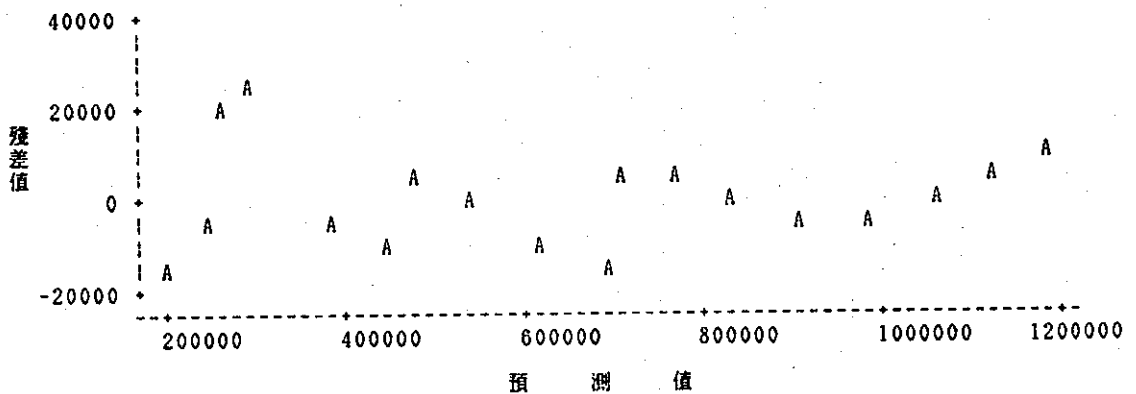


由殘差與時間分佈圖 (如上圖), 見其並未隨時間之增加而成擴大之趨勢, 故判定無自我相關存在。

表 1.4 公共給水以 SAS 處理之殘差分析 - 等變異數之檢查

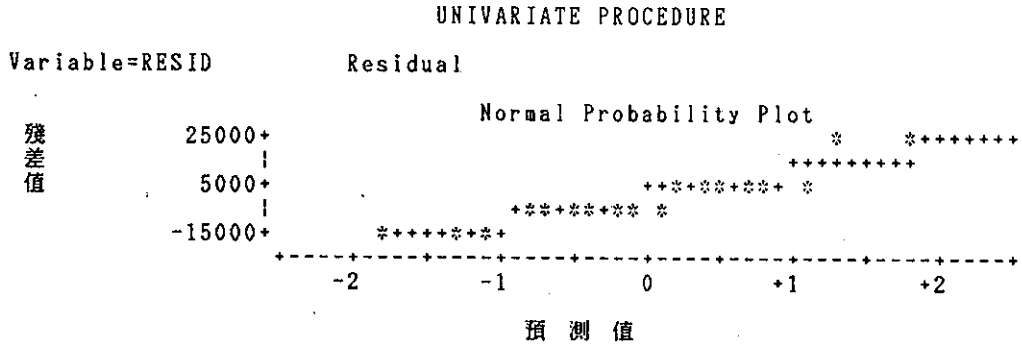
殘差與預測值分佈圖

Plot of RESID*PRED. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



由殘差對預測值之圖型, 知其趨勢並未隨預測值之增加而增加 (如上圖), 故知其等變異數之假設成立。

表 1.5 公共給水之殘差分析 - 常態分配之檢查



由 NORMAL PROBABILITY PLOT 成一直線(如上圖),且 W:NORMAL=0.9502 知其合乎 NORMAL。

表 1.6 63 - 85年公共給水 (Wa)、預測值 (Pred)及殘差值 (Resid)

年	Wa (千立方公尺)	PRED (千立方公尺)	RESID (千立方公尺)
63	184400	200949.65	-16549.65
64	246512	253572.99	-7060.99
65	278303	257898.01	20404.99
66	314624	290057.31	24566.69
67	380875	383378.28	-2503.28
68	437955	446665.96	-8710.96
69	474099	469720.05	4378.95
70	532803	534590.96	-1787.96
71	609185	621372.66	-12187.66
72	673556	689082.48	-15526.48
73	715417	709121.82	6295.18
74	773268	767878.16	5389.84
75	837662	837392.78	269.22
76	902436	908572.53	-6136.53
77	982296	985445.34	-3149.34
78	1053375	1055833.48	-2458.48
79	1132649	1126603.77	6045.23
80	1199553	1190834.79	8721.21
	中	預測值	
81	...	1229817	...
82	...	1306831	...
83	...	1387169	...
84	...	1469184	...
85	...	1554524	...
	低	預測值	
81	...	1229736	...
82	...	1306585	...
83	...	1386651	...
84	...	1468338	...
85	...	1553323	...

表 2.1 63-80年工業用水(Wi)、工業生產指數(I)、電力(P)資料

年	Wi (千立方公尺)	I 75=100	P (百萬度)
63	41567	31.06	14531
64	43374	34.00	16059
65	53528	41.93	18763
66	70007	47.52	20855
67	91711	58.23	24043
68	107003	61.93	26864
69	109242	66.16	28816
70	111760	68.50	28138
71	109321	67.90	28112
72	119430	76.51	30849
73	129476	85.55	33737
74	132426	87.83	34927
75	146023	100.00	39840
76	162402	110.69	43639
77	185979	115.59	47030
78	198546	119.53	49210
79	205596	118.12	51841
80	222961	126.67	55662

表 2.2 逐步迴歸分析

Stepwise Procedure for Dependent Variable Y

Step 1 Variable X2 Entered R-square = 0.98907153 C(p) = 1.00021647

	DF	Sum of Squares	Mean Square	F	Prob>F
Regression	1	50461711627.209	50461711627.209	1448.07	0.0001
Error	16	557562356.79101	34847647.299438		
Total	17	51019273984.000			

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	Type II Sum of Squares	F	Prob>F
INTERCEP	-19055.64404233	4019.99848260	783012954.85582	22.47	0.0002
X2	4.35703134	0.11449761	50461711627.209	1448.07	0.0001

Bounds on condition number: 1, 1
 All variables in the model are significant at the 0.0500 level.
 No other variable met the 0.0500 significance level for entry into the model.

Summary of Stepwise Procedure for Dependent Variable Y

Step	Variable Entered	Variable Removed	Number In	Partial R**2	Model R**2	C(p)	F	Prob>F
1	X2		1	0.9891	0.9891	1.0002	1448.0665	0.0001

表 2.3 工業用水之殘差分析---自我相關

Durbin-Watson D 0.731
(For Number of Obs.) 18

由 DW = 0.731 < DL = 1.16 可知具有正的自我相關,需進一步處理,本文以累積接近法 (ITERATIVE APPROACH)處理。

表 2.4 累積接近法之變換變數

Wi	P	pred	et	et-1	et*et-1	et-1 ²	P'	Wi'
41567	14531	44256.38	-2689.38	-	0	0	0	0
43374	16059	50913.92	-7539.92	-2689.38	20277710	7232765	6934	17272
53528	18763	62695.33	-9167.33	-7539.92	69120935	56850394	8679	26291
70007	20855	71810.24	-1803.24	-9167.33	16530896	84039939	9073	36394
91711	24043	85700.46	6010.54	-1803.24	-10838446	3251674	10947	47750
107003	26864	97991.65	9011.35	6010.54	54163080	36126591	11766	49413
109242	28816	106496.57	2745.43	9011.35	24740031	81204429	11947	42049
111760	28138	103542.50	8217.50	2745.43	22560571	7537388	10043	43161
109321	28112	103429.22	5891.78	8217.50	48415702	67527306	10443	39141
119430	30849	115354.42	4075.58	5891.78	24012421	34713072	13196	50782
129476	33737	127937.52	1538.48	4075.58	6270198	16610352	14365	54480
132426	34927	133122.39	-696.39	1538.48	-1071382	2366921	13742	51121
146023	39840	154528.48	-8505.48	-696.39	5923131	484959	17907	62866
162402	43639	171080.85	-8678.85	-8505.48	73817785	72343190	18621	70706
185979	47030	185855.54	123.46	-8678.85	-1071491	75322437	19627	83998
198546	49210	195353.87	3192.13	123.46	394100	15242	19677	81760
205596	51841	206817.22	-1221.22	3192.13	-3898293	10189694	20939	80918
222961	55662	223465.43	-504.43	-1221.22	616020	1491378	23108	93856
349962968						557307730		

附註:Wi=工業用水、P=電力、PRED=工業用水預測值、et=殘差值、

$$\gamma = \frac{\sum_{t=2}^n et-1 et}{\sum_{t=2}^n et-1^2} = \frac{349962968}{557307730} = 0.6279528$$

$$P' = P - \gamma Pt-1$$

$$Wi' = Wi - \gamma Wit-1$$

表 2.5 以逐步迴歸求取 Wi' , P' 預測模式

Stepwise Procedure for Dependent Variable Y

Step 1	Variable X Entered	R-square = 0.95517114	C(p) = 2.00000000
	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	1	6988602176.9134	6988602176.9134
Error	15	327994678.02774	21866311.868516
Total	16	7316596854.9412	
			F Prob>F
			319.61 0.0001

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	Type II Sum of Squares	F	Prob>F
INTERCEP	-5875.82550260	3579.56692426	58918589.948044	2.69	0.1215
X	4.28127426	0.23947802	6988602176.9134	319.61	0.0001

Bounds on condition number: 1, 1
 All variables in the model are significant at the 0.0500 level.
 No other variable met the 0.0500 significance level for entry into the model.

Summary of Stepwise Procedure for Dependent Variable Y

Step	Variable Entered	Variable Removed	Number In	Partial R**2	Model R**2	C(p)	F	Prob>F
1	X		1	0.9552	0.9552	2.0000	319.6059	0.0001

由以上結果獲得 $\hat{W}_i = -5875.8255 + 4.28127 P$

表 2.6 推估原始模式中母數的估計值

$$\alpha = \frac{\alpha}{1 - \gamma} = \frac{-5875.8255}{1 - 0.6279528} = -15793.226$$

$$\beta_1 = \beta_1 = 4.28127$$

$$\hat{W}_i = -15793.226 + 4.28127 P$$

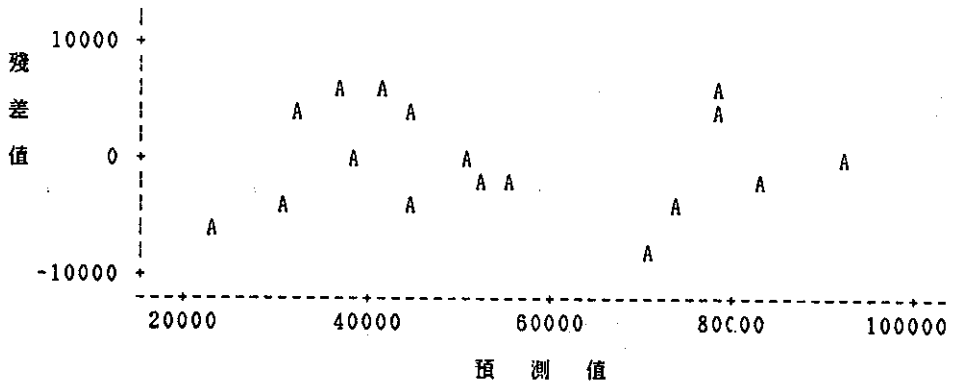
表 2.7 經以累積接近法求取工業用水預測模式之殘差分析 - 自我相關

Durbin-Watson D 1.445
 (For Number of Obs.) 17

由 $DW = 1.445 > DU = 1.38$ 判定其無自我相關存在。

表 2.8 經以累積接近法求取工業用水預測模式之殘差分析 - 等變異之檢查

Plot of RESID*PRED. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



由殘差對預測值之圖型,知其趨勢並未隨預測值之增加而增加(如上圖),故知其等變異數之假設成立。

表 2.9 經以累積接近法求取工業用水預測模式之殘差分析 - 常態分配之檢查

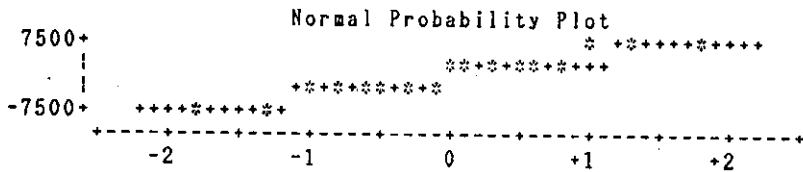
UNIVARIATE PROCEDURE

W:Normal 0.95765 Prob<W 0.5753

UNIVARIATE PROCEDURE

Variable=RESID

Residual



由 NORMAL PROBABILITY PLOT 成一直線(如上圖),且 W:NORMAL=0.95765 知其合乎 NORMAL。

表 2.10 工業用水經以累積接近法處理後之預測值、殘差值

年	Wi (千立方公尺)	P (百萬度)	PRED (千立方公尺)	RESID (千立方公尺)
63	41567	14531	46417.91	-4850.91
64	43374	16059	52959.69	-9585.69
65	53528	18763	64536.24	-11008.24
66	70007	20855	73492.66	-3485.66
67	91711	24043	87141.35	4569.65
68	107003	26864	99218.81	7784.19
69	109242	28816	107575.85	1666.15
70	111760	28138	104673.15	7086.85
71	109321	28112	104561.84	4759.16
72	119430	30849	116279.67	3150.33
73	129476	33737	128643.98	832.02
74	132426	34927	133738.69	-1312.69
75	146023	39840	154772.57	-8749.57
76	162402	43639	171037.12	-8635.12
77	185979	47030	185554.90	424.10
78	198546	49210	194888.07	3657.93
79	205596	51841	206152.09	-556.09
80	222961	55662	222510.82	450.17
		預	測	值
81	...	57789	231617	...
82	...	61246	246418	...
83	...	64980	262404	...
84	...	68968	279478	...
85	...	73241	297771	...

表 3.1 平均每人每日用水量之 REG程序迴歸分析

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > T
INTERCEP	1	168.354167	0.94926739	177.352	0.0001
T	1	3.733746	0.06083151	61.378	0.0001
T ²	1	0.053470	0.00658520	8.120	0.0001

由上式可知,平均每人每日用水量之預測模式 $H_a = 168.3542 + 3.7337 t + 0.05347 t^2$

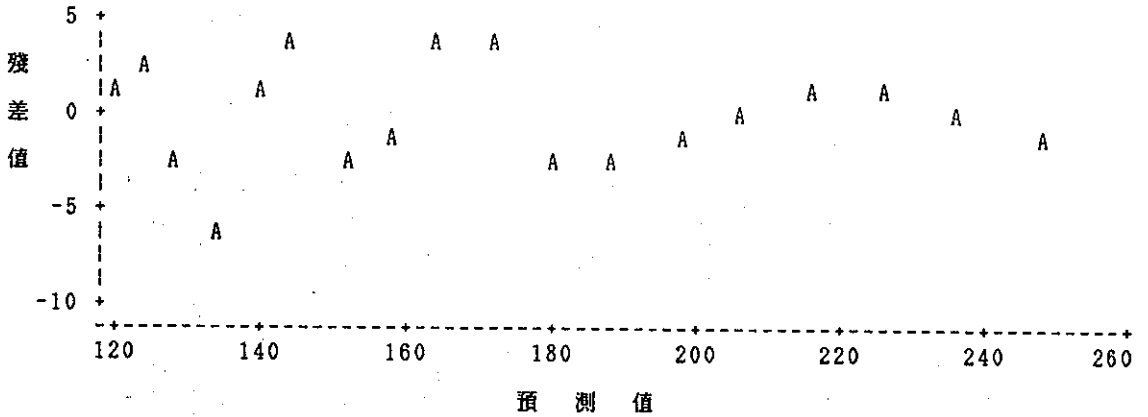
表 3.2 平均每人每日用水量之殘差分析 - 自我相關

Durbin-Watson D 1.640
(For Number of Obs.) 18

由 $DW = 1.640 > DU = 1.53$ 判定其無自我相關存在。

表 3.3 平均每人每日用水量之殘差分析 - 等變異之檢查

Plot of RESID*PRED. Legend: A = 1 obs, B = 2 obs, etc.



由殘差對預測值之圖型,知其趨勢並未隨預測值之增加而增加(如上圖),故知其等變異數之假設成立。

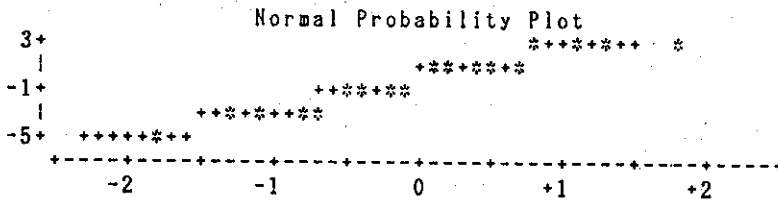
表 3.4 平均每人每日用水量之殘差分析 - 常態分配之檢查

W:Normal 0.968268 Prob<W 0.7480

UNIVARIATE PROCEDURE

Variable=RESID

Residual



由 NORMAL PROBABILITY PLOT 成一直線(如上圖),且 W:NORMAL=0.968268知其合乎 NORMAL。

表 3.5 63-85年平均每人每日用水量(X₂)、時間(T)、時間的平方(T²)、

預測值(PRED)及殘差值(RESID)

年	X ₂ (公升)	T (時間)	T ²	PRED (公升)	RESID (公升)
63	122	-17	289	120.333	1.66667
64	127	-15	225	124.379	2.62126
65	126	-13	169	128.852	-2.85191
66	128	-11	121	133.753	-5.75284
67	140	-9	81	139.082	0.91847
68	148	-7	49	144.838	3.16202
69	149	-5	25	151.022	-2.02219
70	157	-3	9	157.634	-0.63416
71	168	-1	1	164.674	3.32611
72	176	1	1	172.141	3.85862
73	178	3	9	180.037	-2.03664
74	186	5	25	188.360	-2.35965
75	196	7	49	197.110	-1.11042
76	206	9	81	206.289	-0.28896
77	217	11	121	215.895	1.10475
78	227	13	169	225.929	1.07069
79	237	15	225	236.391	0.60888
80	246	17	289	247.281	-1.28070
	未	修			
81	...	19	361	258.6	...
82	...	21	441	270.3	...
83	...	23	529	282.5	...
84	...	25	625	295.1	...
85	...	27	729	308.1	...
	修	訂			
81	...	19	361	251.2	...
82	...	21	441	262.3	...
83	...	23	529	273.9	...
84	...	25	625	285.8	...
85	...	27	729	298.2	...
				後	

備註：依據表 4.2結果修訂。

表 4.1 供水區域人口數占臺灣地區行政區域人口數之平均數及其成長率

年	臺灣地區行政 區域人口數 A	供水區域 人口數 B	比 率 A/B*100	比 率 成長率
	千人	千人	%	%
63	15852	7833	49.41	...
64	16150	8603	53.27	3.85
65	16508	8993	54.48	1.21
66	16813	9708	57.74	3.26
67	17136	10348	60.39	2.65
68	17479	10814	61.87	1.48
69	17805	11428	64.18	5.56
70	18136	11951	69.74	5.56
71	18458	12583	68.17	-1.57
72	18733	13211	70.52	2.35
73	19013	13482	70.91	0.39
74	19258	13782	71.57	0.66
75	19455	14013	72.03	0.46
76	19673	14305	72.71	0.68
77	19904	14574	73.22	0.51
78	20112	14837	73.77	0.55
79	20353	15114	74.26	0.49
80	20557	15383	74.83	0.57
	中	推	估	值
81	20710	15607	75.36	0.53
82	20896	15858	75.89	0.53
83	21088	16115	76.42	0.53
84	21266	16364	76.95	0.53
85	21450	16619	77.48	0.53
	低	推	估	值
81	20706	15604	75.36	0.53
82	20884	15849	75.89	0.53
83	21062	16096	76.42	0.53
84	21226	16333	76.95	0.53
85	21392	16575	77.48	0.53

說明：由近四年(77-80)之成長率，皆穩定在0.50左右成長，而採其平均0.53做為年成長率，亦即以80年之74.83為基準，往後每年加上0.53做為推估之基礎。

表 4.2 水錶口徑 20 公釐基本度數 20 度改按 16 度計算減少之售水量對
平均每人每日用水量之影響。

本公司水錶口徑 20 公釐基本度數 20 度改按 16 度計算減少之售水量
81 年 12 月份

水錶口徑 20 公釐		減少之售水量 (度)
用水度數 (度)	用戶數 (戶)	
16	700439	(20-16) * 700439 = 2801756
17	761531	(20-17) * (761531-700439) = 183276
18	823956	(20-18) * (823956-761531) = 124850
19	886190	(20-19) * (886190-823956) = 62234
20	950127	...
總 計		3172116

說明：12 月份售水量季節指數為 103.32%，故 81 年全年減少售水量為 $(3172116/1.0332)*12=36842229$ 度，對 81 年平均每人每日用水量之影響，減少 7.3651 公升，其計算方式如下：

81 年全年減少售水量 / $[(80$ 年底實際供水人口數 + 81 年底實際供水人口數) / 2] / 全年總日數，亦即 $36842229 / [(13494748 + 13839979) / 2] / 366 = 7.3651$ 公升。另外尚須將近五年來本公司水錶口徑 20 公釐用戶數之年平均成長率 8.706% 考慮在內，經推算對平均每人每日用水量約減少 0.6412 公升。亦即預測 81 年時，必須扣除 7.3651 公升，82 年時扣除 7.3651 + 0.6412 公升，餘類推，加以修正預測值。

表 5.1 81-85 會計年度公共給水之預測值

中預測值					單位：千立方公尺
年度	81	82	83	84	85
售水量	1213802	1266093	1344673	1425800	1509381

低預測值					單位：千立方公尺
年度	81	82	83	84	85
售水量	1213764	1265934	1344299	1425128	1508368

說明：因採曆年制資料，必須運用季節指數換算為會計年度，茲將本公司售水量之季節指數列如下表：

1月	2月	3月	4月	5月	6月
94.53	92.33	92.41	92.55	95.05	98.53

7月	8月	9月	10月	11月	12月
102.81	105.57	108.16	108.74	105.99	103.32

並將計算方式敘述如下：年售水量/12=月售水量

月售水量*季節指數=各月份售水量，如此即可求得會計年度之售水量。

表 5.2 81-85會計年度工業用水之預測值 單位：千立方公尺

年度	81	82	83	84	85
售水量	227038	238589	253948	270447	288095

備註：如表 5.1。

表 6. 64-85會計年度售水量、預測值、殘差值及成長率

單位：千立方公尺

年度	售水量 A	預測值 B	殘差值 A-B	A 成長(%)
64	261112	275241	-14129	...
65	311211	314021	-2810	19.19
66	361038	341803	19235	16.01
67	420102	413947	6155	16.36
68	517593	506024	11569	23.21
69	560028	560679	-651	8.20
70	613044	606487	6557	9.47
71	679542	680094	-552	10.85
72	749565	763351	-13786	10.30
73	821449	820622	827	9.59
74	875191	867842	6349	6.54
75	938310	944272	-5962	7.21
76	1024936	1033357	-8421	9.23
77	1116045	1122660	-6615	8.89
78	1206167	1208552	-2385	8.08
79	1297994	1289362	8632	7.61
80	1384446	1375035	9411	6.66
		中預測值		
81	1437324	1440840	-3516	4.07
82	1565000	1504682	...	4.43
83	1639000	1598621	...	6.24
84	...	1696247	...	6.11
85	...	1797476	...	5.97
		低預測值		
81	1437324	1440802	-3516	4.07
82	1565000	1504523	...	4.42
83	1639000	1598247	...	6.23
84	...	1695575	...	6.09
85	...	1796463	...	5.95

備註：81年度實際售水量 1437324 千立方公尺，82、83年度售水量係預算數。